



António Manuel Pires Francela

Licenciado

Relatório de Estágio

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no
Secundário

Orientador: Doutor António Manuel Dias Domingos, Professor Auxiliar
da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa
Co-orientadora: Licenciada Maria do Rosário Dias Gaiteiro Lopes,
Professora, Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico António Gedeão

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Maria Helena Coutinho Gomes de Almeida Santos
Arguente: Prof. Doutora Helena Cristina Oitavem Fonseca da Rocha
Vogais: Prof. Doutor António Manuel Dias Domingos
Prof. Licenciada Maria do Rosário Dias Gaiteiro Lopes

Relatório de Estágio

Copyright – António Manuel Pires Francela, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

À Direção do Agrupamento de Escolas António Gedeão, pela forma como me receberam e me fizeram sentir como se estivesse na escola a cujo quadro pertença, sentimento este extensível a toda a comunidade, professores e funcionários.

De modo análogo, à Professora Rosário Lopes, minha orientadora de estágio, desde logo pela disponibilidade de partilhar o seu espaço de trabalho, a sala de aula, da sua disponibilidade, sugestões, incentivos, comentários e oportunidade de acompanhar aulas de matemática muito dinâmicas.

Ao Professor Doutor António Dias Domingos, orientador desta investigação, pelo apoio prestado durante todo o processo de investigação.

A todos os alunos da turma A do 10º Ano, em particular às alunas que colaboraram de forma direta na investigação.

A toda a minha família, pelo apoio e incentivo, e pela forma como aceitaram a minha menor disponibilidade ao longo de ano e meio.

RESUMO

O presente relatório surge na sequência da Prática do Ensino Supervisionado do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, que decorreu no ano letivo 2014/2015, na Escola Secundária António Gedeão e que tem como objetivo apresentar uma reflexão crítica e objetiva das atividades pedagógicas desenvolvidas.

O trabalho divide-se em duas partes, Relatório de Estágio e Trabalho de Investigação na prática Pedagógica, tendo este por objetivo analisar o processo de ensino-aprendizagem, na perspetiva da evolução e consolidação do estudo da Geometria, dos alunos de uma turma do 10º ano dos cursos Científico Humanístico de Ciências e Tecnologias.

A Investigação decorreu ao longo do segundo período letivo e início do terceiro período, nas aulas de Matemática A, numa turma do 10º ano de escolaridade. Foram elaboradas duas fichas de trabalho para resolução por parte de um grupo de alunos da turma, com o objetivo de avaliar as aprendizagens, raciocínios e metodologia dos alunos na resolução das tarefas propostas sobre temas anteriormente lecionados bem como os próprios alunos auto avaliarem as necessidades de reforço do estudo de alguns desses temas.

Far-se-á uma análise das atividades desenvolvidas, com relevo para os progressos efetuados e as dificuldades que os alunos revelaram.

Palavras-chave:

Estágio docente, Geometria analítica e no espaço, tarefas de reforço de aprendizagens, ensino da geometria.

ABSTRACT

This report follows the Supervised Teaching Practice Master course on Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education of Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, which took place in the António Gedeão Secondary School during the academic year of 2014/2015 and that aims to present a critical and objective reflection of the developed educational activities.

The work is divided into two parts, Training Report and Research Work on the Pedagogical practise, taking this to analyse the teaching-learning process, from the perspective of the evolution and consolidation of the study of Geometry, of the students of a 10th grade class of Scientific Humanistic courses of Science and Technology.

The research took place during the second term and beginning the third term of the school year Mathematics classes of a 10th grade class. They were prepared two worksheets for resolution by a group of students of the class, in order to assess learning, reasoning and methodology of the students in the resolution of the proposed tasks on topics previously taught and the students themselves self-access the needs to strengthen the study of some of those topics.

An analysis of the activities developed will be done, with emphasis on the progress made and the difficulties that students have revealed.

Key words:

Teacher training, analytic and space Geometry, reinforcement learning tasks, teaching Geometry

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE GERAL	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE QUADROS	ix
PARTE I – RELATÓRIO DE ESTÁGIO	x
CAPÍTULO 1 – O AGRUPAMENTO /ESCOLA.....	1
1.1 Caracterização do Agrupamento	1
1.2 Caracterização da Escola	5
1.2.1 Patrono da Escola	6
1.2.2 Oferta Educativa	8
1.2.3 Matemática e Arte	12
1.3 Atividades e Projetos na Escola	13
CAPÍTULO 2 – Caracterização da Atividade de Estágio	17
2.1 Caracterização da turma	17
2.2 Descrição dos Manuais	19
2.3 Tecnologias na sala de aula	19
CAPÍTULO 3 – Prática Pedagógica	21
3.1 Planificação e lecionação das aulas	21
3.2 Avaliação dos alunos	24
3.3 Atividades dos alunos	25
3.4 Atividade docente	26
3.5 Valorização profissional	27
3.6 Considerações finais	28
 PARTE II – INVESTIGAÇÃO	 29
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	31
1.1 Introdução	31
1.2 Orientações Pedagógicas para o ensino da Geometria	32
1.3 Relevância do estudo	34
1.4 Objetivos	35
1.5 Enquadramento e estrutura geral da investigação.....	36
CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA SOBRE GEOMETRIA	39
2. Revisão de Literatura	39
2.1 A evolução da Geometria ao longo da história	39
2.2 Geometria no currículo da disciplina de Matemática	42
2.3 Estudo da Geometria - Programas	46
2.4 Ensino / Aprendizagem de Geometria	51
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA	57
3.1 Metodologia qualitativa	57
3.2 Estudo de caso	57
3.3 Recolha e análise de dados	59
3.4 Participantes na investigação	61
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DE DADOS	65
4.1 Análise das Propostas de resolução apresentadas pelas alunas para a Ficha 1 de Tarefas	65
4.2 Análise das Propostas de resolução apresentadas pelas alunas para a Ficha 2 de Tarefas	77
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES	87

Referências bibliográficas	90
Anexos	94
Ficha 1.....	95-96
Ficha 2	97-98

ÍNDICE DE FIGURAS

PARTE I- RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Figura 1.1 – Mapa das freguesias de Almada	3
Figura 1.2 – Mapa da reorganização das freguesias de Almada	3
Figura 1.3 – Mural da entrada da Escola António Gedeão	5
Figura 1.4 – Mapa de localização por satélite	5
Figura 1.5 – Mapa da rede do Metro Sul do Tejo	5
Figura 1.6 – Rómulo Vasco da Gama de Carvalho (A.G.)	6
Figura 1.7 – Mural com poema em parede de pavilhão	6
Figura 1.8 – Capa da Gazeta da Física	7
Figura 1.9 – Gráfico da oferta do 3º ciclo na escola	9
Figura 1.10 – Gráfico da oferta do secundário na escola	9
Figura 1.11 – Gráfico dos alunos por ano – ensino regular	10
Figura 1.12 – Gráfico dos alunos do 3º ciclo e do secundário, toda a oferta	10
Figura 1.13 – Vista exterior do Pavilhão Polidesportivo da escola	11
Figura 1.14 – Vista dos Campos Desportivos da escola	11
Figura 1.15 – Vista da Biblioteca da escola	11
Figura 1.16 – Vista da sala multimédia no espaço da biblioteca	11
Figura 1.17 – Escultura do Tetraedro, vista lateral	12
Figura 1.18 – Escultura do Tetraedro, vista frontal	12
Figura 1.19 – Escultura do Tetraedro, vista posterior	12
Figura 1.20 – Pendão de poste no dia do Patrono no ano de 2015	13
Figura 1.21 – Exposição de trabalhos de alunos sobre o 25 de Abril	13
Figura 1.22 – Decoração da área de acesso à biblioteca, 25 de Abril	13
Figura 1.23 – Exposição de trabalhos de alunos na DGestE	14
Figura 1.24 – Decorações no dia do Patrono	14
Figura 1.25 – Calendário das atividades no dia do Patrono	14
Figura 2.1 – Escolaridade dos encarregados de educação dos alunos 10ºX	17
Figura 2.2 – Empatia com a disciplina de Matemática	17
Figura 2.3 – Disciplinas com maior dificuldade para os alunos	18
Figura 2.4 – Disciplinas preferidas pelos alunos	18
Figura 2.5 – Prosseguimento de estudos dos alunos 10ºX	18
Figura 2.6 – Manuais de Matemática A – 10º Ano	19
Figura 2.7 – Manuais de Matemática Macs – 10º Ano	19

PARTE II – INVESTIGAÇÃO

Figura 1.2.1 – Fragmento da planificação da Geometria, Matemática A, (DES, 2002, p. 26)	34
Figura 1.4.1 - Fragmento da planificação anual do 10º ano, referente ao tema de Geometria	37
Figura 3.4.1 - Percentagem por tema das cotações do 3º teste	64
Figura 3.4.2 - Percentagem por tema das cotações do 3º teste	64
Figura 3.4.3 - Percentagem por tema das cotações do 3º teste	64
Figura 4.1 – Exercício 1 – Ficha 1	65
Figura 4.2 - Resolução da Leonor para a alínea 1.1	65
Figura 4.3 - Resolução da Leonor para a alínea 1.2	65
Figura 4.4 - Resolução da Maria para as alíneas 1.1 e 1.2	65
Figura 4.5 - Resolução da Luísa para as alíneas 1.1e 1.2	67
Figura 4.6 - Resolução da Rita para as alíneas 1.1e 1.2	67
Figura 4.7 - Resolução da Leonor para a alínea 1.3	67
Figura 4.8 - Resolução da Rita para a alínea 1.3	67
Figura 4.9 - Resolução da Matilde para a alínea 1.4	68
Figura 4.10 - Resolução da Marisa para a alínea 1.4	69

Figura 4.11 - Resolução da Rita para a alínea 1.4	69
Figura 4.12 - Resolução da Leonor para a alínea 1.4	70
Figura 4.13 - Resolução da Luísa para as alíneas 1.4 e 1.5	70
Figura 4.14 - Resolução da Leonor para a alínea 1.5.....	70
Figura 4.15 – Exercício 2 – Ficha 1	71
Figura 4.16 - Resolução da Leonor para a alínea 2.1	71
Figura 4.17 - Resolução da Mafalda para a alínea 2.1	71
Figura 4.18 - Resolução da Leonor para as alíneas 2.2 e 2.3	72
Figura 4.19 - Resolução da Rita para a alínea 2.3	72
Figura 4.20 - Resolução da Luísa para a alínea 2.3	73
Figura 4.21 - Resolução da Matilde para a alínea 2.3	73
Figura 4.22 - Resolução da Mafalda para a questão 2.3	74
Figura 4.23 – Exercício 3 – Ficha 1	74
Figura 4.24 - Resolução da Leonor para a questão 3	74
Figura 4.25 - Resolução da Rita para a questão 3	75
Figura 4.26 – Exercício 4 – Ficha 1	75
Figura 4.27 - Resolução da Leonor para a questão 4	75
Figura 4.28 - Resolução da Matilde para a alínea 4.1	76
Figura 4.29 - Resolução da Rita para a alínea 4.1	76
Figura 4.30 - Resolução da Rita a questão 4.3	76
Figura 4.31 – Exercício 1 – Ficha 2	77
Figura 4.32 - Resolução da Luísa para as alíneas 1.1 e 1.2	77
Figura 4.33 – Exercício 1 questão 1.2, – Ficha 2	78
Figura 4.34 - Resolução da Matilde para a questão 1.3	78
Figura 4.35 - Resolução da Rita para a questão 1.3	78
Figura 4.36 – Exercício 1, questão 1.4 – Ficha 2	79
Figura 4.37 - Resolução da Leonor para a questão 1.4	79
Figura 4.38 – Exercício 1, questão 1.5 – Ficha 2	79
Figura 4.39 - Resolução da Luísa para a alínea 1.5.1	79
Figura 4.40 - Resolução da Luísa para a alínea 1.5.3	79
Figura 4.41 - Resolução da Rita para a alínea 1.5.1	80
Figura 4.42 - Resolução da Rita para a alínea 1.5.2 e 1.5.3	80
Figura 4.43 – Exercício 2 – Ficha 2	81
Figura 4.44 - Resolução da Matilde para a alínea 2.1	81
Figura 4.45 - Resolução da Matilde para a alínea 2.2	82
Figura 4.46 - Resolução da Rita para a alínea 2.3.....	82
Figura 4.47 – Exercício 3 – Ficha 2	82
Figura 4.48 - Resolução da Rita para o exercício 3	83
Figura 4.49 – Exercício 4 – Ficha 2	83
Figura 4.50 - Resolução da Leonor para o exercício 4	84
Figura 4.51 - Resolução da Rita para a alínea 4.1	84
Figura 4.52 - Resolução da Rita para a alínea 4.2 a 4.5	84

ÍNDICE DE QUADROS

PARTE I – RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Quadro 1.1 – Alunos e turmas por nível de ensino	2
Quadro 1.2 – Dados por escola do Agrupamento	2
Quadro 1.3 – Oferta de escolas em seis das freguesias de Almada	3
Quadro 1.4 – Oferta do 3º ciclo na escola	8
Quadro 1.5 – Oferta do secundário na escola	9
Quadro 1.6 – Recursos Humanos da escola	11
Quadro 1.7 – Recursos Físicos da escola	11
Quadro 2.1 - Distribuição por idade e género dos alunos do 10º X	17
Quadro 3.1 - Cronograma das aulas lecionadas	22

PARTE II – INVESTIGAÇÃO

Quadro 3.4.1 – Avaliação 1º período na disciplina de Matemática	63
---	----

PARTE I – RELATÓRIO DE ESTÁGIO

CAPÍTULO 1 – O AGRUPAMENTO / A ESCOLA

Este primeiro capítulo pretende apresentar uma caracterização do Agrupamento de Escolas António Gedeão, nos aspetos de integração no espaço territorial e da oferta educativa que o Agrupamento de Escolas disponibiliza, bem como a caracterização da Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão – ESAG – considerando o seu Projeto Educativo, a oferta educativa e a relação que desenvolve com a comunidade em que se insere.

1.1 Caracterização do Agrupamento

O Agrupamento de Escolas António Gedeão foi constituído no âmbito do despacho de 01/04/2013 do Secretário de Estado do Ensino e da Administração Escolar, dando cumprimento à legislação que criou uma nova organização das escolas, que passaram a estar maioritariamente associadas. As exceções resultam de escolas não agrupadas e as escolas TEIP –Territórios Educativos de Intervenção Prioritária – igualmente previstas na legislação.

O Agrupamento de Escolas António Gedeão, acabou por ser constituído a 26 de abril de 2013, agregando seis estabelecimentos de ensino, designadamente Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão (sede), Escola Básica 2º e 3º Ciclos Comandante Conceição e Silva, Escola Básica Alfeite, EB1 Cova da Piedade n.º1, EB1 Cova da Piedade n.º2 e EB1 Laranjeiro n.º3. Assim, a agregação culminou na concretização de uma oferta educativa global que se estende desde o Pré-Escolar ao Ensino Secundário – Regular, Vocacional e Profissional –, com uma população escolar de cerca de 2200 alunos.

A agregação em Agrupamento de Escolas representa uma realidade ainda recente, configurando uma nova unidade de gestão, que de uma forma objetiva, reúne sinergias na procura de estratégias inovadoras de forma a consolidar as práticas pedagógicas, ao nível da coordenação e articulação entre Ciclos.

Precisamente, ao agregar todos os Ciclos do ensino obrigatório, estamos perante uma organização de ensino verticalizada, o que obriga a uma gestão mais rigorosa no que respeita à articulação pedagógica entre ciclos, anteriormente, era comum as escolas terem na sua oferta um ou dois ciclos – 1º ciclo, 2º e 3º ciclo e 3º ciclo e/ou secundário – o que representava ao nível da articulação menor complexidade, se bem que não de menor exigência, ressalve-se que no presente quadro legislativo, pode acontecer que um Agrupamento tenha quatro ciclos e pré-escolar, que é o caso deste Agrupamento.

A população escolar no lançamento do ano letivo apresentava por nível de ciclos a distribuição que consta do quadro 1.1. O 1º ciclo contempla o maior número de alunos considerando a divisão por nível de

ensino, daqui poder antever-se uma estabilidade do número de alunos nos restantes ciclos de escolaridade no Agrupamento.

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS ANTÓNIO GEDEÃO		
Nível de ensino	Nº Alunos	Nº de Turmas
Pré-escolar	164	7
1º Ciclo	826	34
2º Ciclo	381	16
3º Ciclo	463	21
Secundário	369	16
Total do Agrupamento	2203	94

Quadro 1.1 – Alunos e turmas por nível de ensino

No agrupamento, a escola sede, Secundária com 3º ciclo António Gedeão é a escola que possui maior número de alunos, de professores e funcionários (quadro 1.2).

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS ANTÓNIO GEDEÃO				
Escolas	Alunos	Turmas	Docentes	Funcionários
EB Comandante Conceição Silva	376	16	31	15
EB nº1 da Cova da Piedade	176	7	9	2
EB nº2 da Cova da Piedade	164	6	8	2
EB do Alfeite	263	11	12	3
EB nº3 do Laranjeiro	295	10	-	-
Escola Secundária António Gedeão	927	37	92	17

Quadro 1.2 – Dados por escola do Agrupamento

Ao nível do espaço físico as escolas encontram-se dispersas por duas freguesias do concelho de Almada, o que torna a gestão no seu global mais complexa, nomeadamente, nos aspetos de natureza pedagógica, pois que implica deslocações dos professores a outra escola para reuniões de natureza pedagógica.

Torna-se relevante, caracterizar o território do concelho de Almada, ao nível da sua organização administrativa, ao nível da divisão em freguesias, para melhor entender e visualizar o espaço de influência das escolas do Agrupamento.

São onze as freguesias que compõem o território de Almada, ou melhor eram, uma vez que por efeito da recente reorganização administrativa, resultou em quatro uniões de freguesia e uma freguesia individualizada (figuras 1.1 e 1.2).

As Escolas do Agrupamento localizam-se em duas dessas uniões de freguesias, nomeadamente a união Laranjeiro, Feijó e Almada e a união Cova da Piedade, Pragal e Cacilhas, considerando a malha urbana correspondente a ambas as uniões freguesias, temos um total de 47 escolas da rede escolar de oferta pública, número este que inclui as sete escolas do Agrupamento.

Restringindo a observação ao território do Laranjeiro e Cova da Piedade, onde se inserem as escolas do agrupamento, verifica-se também que a oferta escolar vai muito para além da do Agrupamento, temos mais 14 escolas abrangendo os diferentes níveis de ensino (quadro 1.3).

CONCELHO DE ALMADA			
Freguesias	Escolas	Freguesias	Escolas
Laranjeiro	14	Cova da Piedade	7
Feijó	11	Pragal	5
Almada	7	Cacilhas	3
Total _União Freguesias	32	Total _União Freguesias	15

Quadro 1.3 – Oferta de escolas em seis das freguesias de Almada

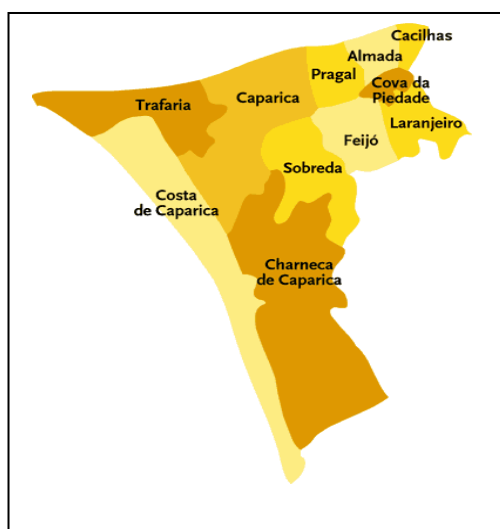


Figura 1.1 – Mapa das freguesias de Almada

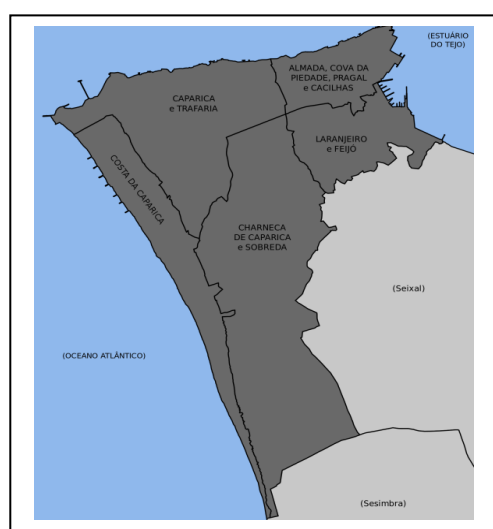


Figura 1.2 – Mapa da reorganização das freguesias de Almada

Considero de justiça, sublinhar, o papel que a câmara municipal de Almada assume como parceiro na dinâmica das escolas e do ensino, para o que empreende um vasto conjunto de iniciativas e apoios ao ensino, que vem desenvolvendo desde há muitos anos a esta parte. Para qualquer cidadão que visite a página do município na internet, ficará com uma perspetiva bem desenhada do envolvimento do município com as Escolas, Alunos, Professores e Pais.

O facto do município ter aderido, em 1997 ao movimento das Cidades Educadoras e consecutivamente subscrito em Génova no ano de 2004 a revisão da Carta das Cidades Educadoras, faz com que o

Município de Almada na sua ação, assuma um papel de maior responsabilidade e de visibilidade, o que em parte explica toda uma dinâmica que o município transpõe na interação com o Ensino e as Escolas.

O Município de Almada elaborou a Carta Educativa, por forma a corporizar as dinâmicas atuais do planeamento, assentes numa lógica de “territorialização das políticas educativas”. Procedeu à conversão espacial do conceito de território educativo, que consiste em assegurar o cumprimento da escolaridade obrigatória em funcionamento integrado, articulando a educação pré-escolar e todos os níveis do ensino básico em rede e em torno de uma Escola Nuclear que congregasse o maior número de recursos físicos e humanos, sendo normalmente um estabelecimento do último nível do Ensino Básico. A situação ideal, corresponde à tipologia de Escola Básica Integrada com Jardim de Infância (EBI/JI). A Carta Educativa permite articular as necessidades de equipamentos educativos, decorrente das tendências de evolução das populações escolares identificadas, de modo a reservar os terrenos, cuja localização e dimensão, melhor se adequem a cada situação.

O município criou um Serviço de Apoio às Bibliotecas Escolares (SABE) da Biblioteca Municipal de Almada com os objetivos, de apoiar a criação, o desenvolvimento e a continuidade das Bibliotecas Escolares do Concelho de Almada.

Este serviço promove o funcionamento de uma verdadeira Rede Concelhia de Bibliotecas Escolares em que existe partilha de recursos, informação, formação e projetos.

1.2 Caracterização da Escola

Figura 1.3 – Mural da entrada da Escola António Gedeão



Na sequência da caracterização do Agrupamento, cabe agora introduzir uma descrição da Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão – ESAG- onde decorreu o estágio pedagógico (figuras 1.3 e 1.4).

A escola localiza-se no distrito de Setúbal, concelho de Almada, na Alameda Guerra Junqueiro, nº11, na periferia norte da Freguesia do Laranjeiro, junto à vila da Cova da Piedade, servindo primordialmente as populações das Freguesias do Laranjeiro, Feijó e Cova da Piedade.



Figura 1.4 : Mapa de localização – imagem de satélite

Ao nível da acessibilidade a escola é servida por uma boa oferta de serviço público de transporte, assegurado por autocarros urbanos dos “TST” e uma linha de metro ligeiro de superfície do “MST” (figura 1.5), com paragem em estação designada por António Gedeão e confinante com a escola.

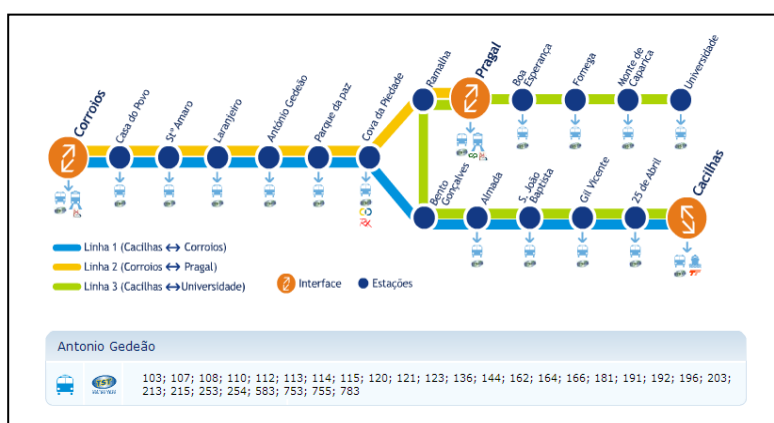


Figura 1.5 - Rede do MST

Segundo dados do Relatório da IGE, do ano 2012, em termos da população escolar, os agregados familiares dos alunos da Escola caracterizam-se a nível da profissão por estarem, maioritariamente ligados, ao sector de serviços – Pessoal dos Serviços Diretos e Particulares, de Proteção e Segurança e Empregados de Escritório. Quanto à formação académica dos encarregados de educação (EE), desconhecem-se as habilitações de 22,9% e 0,1% não tem qualquer tipo de habilitação. Daqueles cuja formação é conhecida, 15,4% possuem formação superior, 27,2% o 12.º ano de escolaridade, distribuindo-se os restantes 34,4% pelo ensino básico na união de freguesias do Laranjeiro e Feijó.

1.2.1 O patrono da Escola

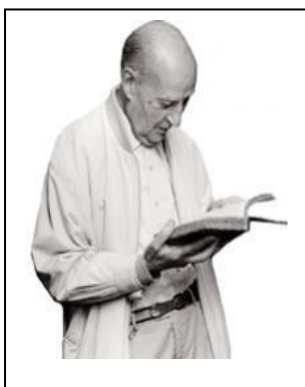


Figura 1.6 - Imagem de António Gedeão

A designação da Escola, António Gedeão, trouxe-me desde logo à memória os meus tempos de liceu, anos de 1975 a 1980, pelas canções sobre poemas de António Gedeão entoadas pela voz de Manuel Freire, de, que sendo o pseudónimo de Rómulo de Carvalho, autor de manuais escolares, nomeadamente da disciplina de Ciências Naturais, pelos quais a minha geração estudou.

António Gedeão (figura 1.6), de seu nome Rómulo Vasco da Gama de Carvalho, nasceu em Lisboa, a 24 de Novembro de 1906 e faleceu em Lisboa a 19 de Fevereiro de 1997.

Rómulo de Carvalho, foi um químico, professor de Físico-Química do ensino secundário, pedagogo, investigador de História da ciência em Portugal, divulgador da ciência, e poeta sob o pseudónimo de António Gedeão.

Foi no Liceu Gil Vicente, onde realizou os seus estudos secundários que se veio a interessar particularmente por Literatura e Ciência. Assim, licencia-se em Ciências Físico-Químicas na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em 1931. Em 1932 forma-se também em Ciências Pedagógicas. Após estágio pedagógico no Liceu Pedro Nunes leciona em liceus de Lisboa e Coimbra e, após 22 anos regressa ao Liceu Pedro Nunes onde desempenha o cargo de professor metodólogo do grupo de Físico-Química.

Em 1964, para comemorar o 4º Centenário do nascimento de Galileo Galilei, escreveu o "Poema para Galileo", que foi traduzido para língua italiana por Roberto Barchiesi, e publicado, em edição bilingue, pelo Instituto Italiano di Cultura.

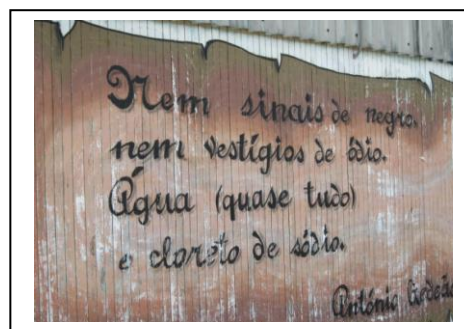


Figura 1.7 – Mural com poema em parede de pavilhão

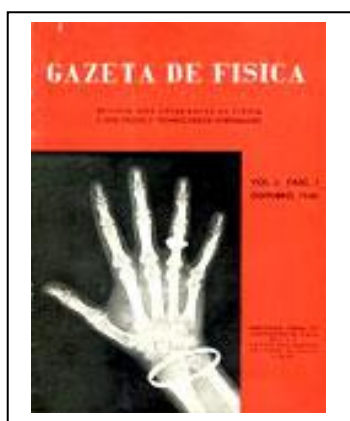
Este poema, musicado e cantado por Manuel Freire, conheceu uma grande expansão, tal como a "Pedra Filosofal", ou a "Lágrima de Preta", claramente os seus poemas mais célebres (figura 1.7).

A obra poética de Gedeão para além de só ter surgido, quando o seu autor tem 50 anos de idade, não parece enquadrar-se claramente em qualquer movimento literário. Contudo o seu enquadramento geracional leva-o a preocupar-se com os problemas comuns da sociedade portuguesa da época, reprimida por um regime ditatorial e atormentada por uma guerra cujo fim não se adivinhava.

Este facto faz com que a poesia de Gedeão marque profundamente toda uma geração que se sentia profundamente tocada pelos valores expressos pelo poeta e deste modo se atrevia a acreditar que, através do sonho, era possível encontrar o caminho para a liberdade. É deste modo que "Pedra Filosofal", musicada por Manuel Freire, se torna num hino à liberdade e ao sonho. E, mais tarde, em 1972, José Nisa compõe doze músicas com base em poemas de Gedeão e produz o álbum "Fala do Homem Nascido".

António Gedeão, escreveu e publicou entre os anos de 1956 – 1997, um conjunto de obras literárias, nomeadamente, dez ensaios de Poesia, três peças de teatro e sete ensaios, isto para além de vasta produção nos campos da História da ciência e da educação, o que demonstra uma enorme versatilidade no campo de criação escrita, do saber e do conhecimento científico.

Rómulo de Carvalho desenvolveu uma atividade de divulgação científica que marcou gerações em Portugal. Os seus livros de divulgação em Ciência e Tecnologia e os seus artigos em jornais revelavam a sua preocupação com o despertar do interesse dos portugueses pelo conhecimento científico.



Na *Gazeta de Física* publicou, até 1974, 22 artigos de divulgação científica, atualização didática e orientação pedagógica (figura 1.8).

A par desta atividade de divulgação, publicou, entre 1953 e 1975, diversos manuais de ensino da Física, da Química, e das Ciências da Natureza, que por várias vezes foram reeditados, tendo sido utilizados durante vários anos no ensino liceal, geral e complementar.

Figura 1.8 – Capa da Gazeta da Física

A 10 de junho de 1987 foi nomeado, pelo Presidente da República, Grande Oficial da Instrução Pública.

Em 1990 foi nomeado Diretor do Museu Maynense, da Academia de Ciências de Lisboa.

Em 1992, a Escola Secundária da Cova da Piedade adotou como patrono o nome de António Gedeão.

A 8 de Junho de 1995, a Universidade de Évora conferiu a Rómulo de Carvalho o grau de Doutor 'Honoris Causa'.

Em 1996, com o patrocínio do Ministério da Ciência e da Tecnologia e com a participação de muitos organismos, promoveu-se uma Homenagem Nacional a Rómulo de Carvalho/António Gedeão, na data do

seu nonagésimo aniversário, António Gedeão foi alvo de uma homenagem nacional, tendo sido condecorado com a Grã-Cruz da Ordem de Santiago de Espada.

A 15 de Novembro de 1996, foi atribuída a Rómulo de Carvalho da Medalha de Prata da Universidade Nova de Lisboa, na Faculdade de Ciências e Tecnologia.

O dia do seu nascimento foi, em 1997, adotado em Portugal como Dia Nacional da Cultura Científica. As breves notas biográficas sobre António Gedeão, aqui representadas, revelam-nos um professor que pelo seu percurso e transversalidade do seu trabalho, nos deixa indubitavelmente um sentimento de grande admiração e reconhecimento da personalidade do autor e pedagogo. Para a Escola é um privilégio tê-lo como patrono e em igual proporção uma elevada responsabilidade no Ensino em geral e das ciências em particular, na perspetiva de honrar com o rigor científico e pedagógico o ensino dos alunos da escola.

O patrono da escola é valorizado na escola por toda comunidade, de que são exemplos o mural pintado num dos pavilhões, a comemoração do dia do patrono, data que congrega um conjunto de atividades dos diferentes grupos pedagógicos com a envolvimento de todos os alunos da escola, e das vitrines no átrio da biblioteca com a exposição permanente de obras do patrono.

1.2.2 Oferta Educativa

No presente ano letivo de 2014/2015, a escola teve como oferta a que se resume nos quadros 1.4 e 1.5.

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3º CICLO ANTÓNIO GEDEÃO		
Oferta 3º Ciclo	Alunos	Turmas
Regular	405	18
CEF – Jardinagem e espaços verdes	10	1
Vocacional – Artes e Tecnologias e Tecnologias e Ofícios	39	2
Total Básico	454	21

Quadro 1.4 – Oferta do 3º ciclo na escola

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3º CICLO ANTÓNIO GEDEÃO		
Oferta Secundário	Alunos	Turmas
Regular	298	12
10º C. Profissional – Técnico de Apoio à Infância	33	2
11º C. Profissional – Animador Sócio Cultural	14	1
12º C. Profissional – Técnico de Receção	18	1
Total Secundário	363	16

Quadro 1.5 – Oferta do secundário na escola

Considerando toda a oferta da escola, conta com um total de 817 alunos distribuídos por 37 turmas. Ao nível do terceiro ciclo a maioria os alunos frequenta o ensino regular sendo que a oferta do ensino vocacional tem reduzida expressão só funcionando com duas turmas, apresento em gráfico (figura 1.9) a distribuição dos alunos do 3º ciclo.

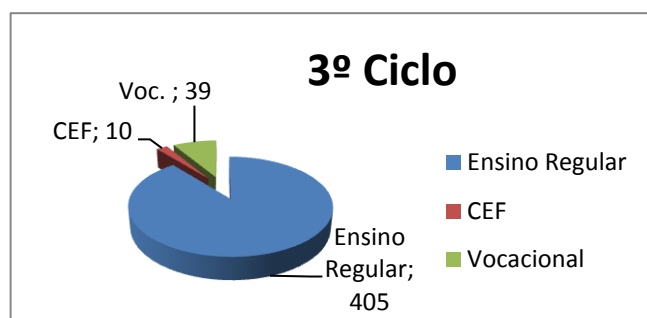


Figura 1.9 – Gráfico da oferta do 3º ciclo na escola

Os alunos do ensino secundário, também maioritariamente frequentam o ensino regular, cursos científico-humanísticos, nas ofertas dos cursos de ciências e tecnologias, ciências socioeconómicas e línguas e humanidades, totalizando esta oferta 12 turmas, por outro lado tem-se a oferta do ensino profissional com 4 turmas, apresento em gráfico (figura 1.10) a distribuição dos alunos do secundário.

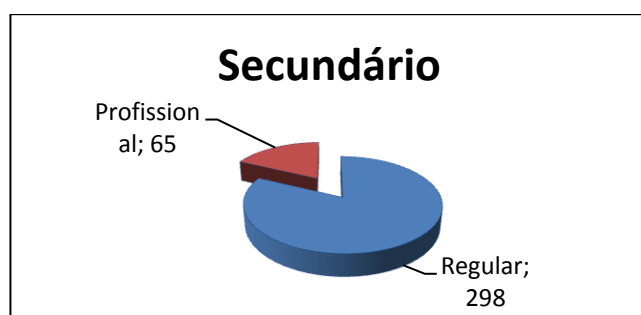


Figura 1.10 – Gráfico da oferta do secundário na escola

Atendendo à distribuição dos alunos do ensino regular, por ano de escolaridade, pode ler-se uma diminuição de alunos do 7º ano ao 9º ano, o que deve ficar a dever-se ao efeito do encaminhamento de alunos do 7º e 8º ano para outra oferta educativa. A situação do secundário é diferente, registando-se uma distribuição uniforme pelos três anos de escolaridade, conforme a representação do gráfico da figura 1.11.

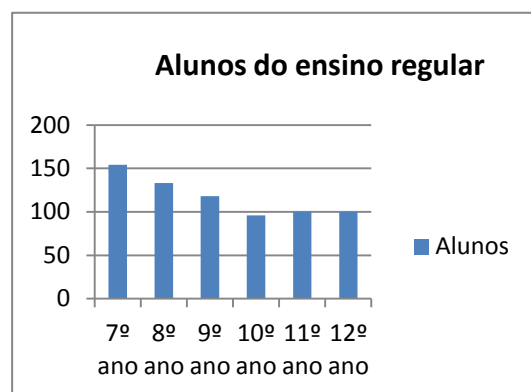


Figura 1.11 – Gráfico dos alunos por ano – ensino regular

Para melhor se interpretar a distribuição dos alunos pelos dois níveis de ensino e por ano de escolaridade, é apresentado um gráfico síntese desta informação (figura 1.12).

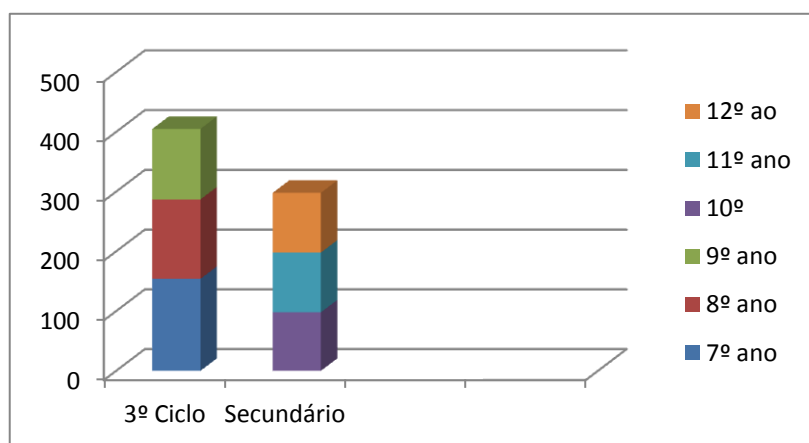


Figura 1.12 – Gráfico dos alunos do 3º ciclo e do secundário, toda a oferta

O número de alunos da escola no presente, em comparação com dados do ano de 2011, revela um incremento de 76 alunos no número total, que se deve praticamente ao aumento de 72 alunos no 3º ciclo. Em conclusão, a escola tem mantido ao longo dos últimos anos o número de alunos, com um ligeiro acréscimo na ordem de 10%, não se fazendo sentir a regressão demográfica de jovens.

Este ligeiro aumento do número deve-se ao facto das turmas do 3º ciclo incluírem agora, os alunos do 3º ciclo da escola Conceição e Silva, dado que esta escola passou a ter só alunos do 2º ciclo. Os professores do 3º ciclo que lecionavam nesta escola também transitaram para a escola António Gedeão.

A oferta diversificada da Escola, que para além do ensino regular oferece diferentes áreas do ensino profissionalizante, quer ao nível do 3º ciclo quer do secundário, contribui para manter constante o número de alunos.

Refira-se que a oferta dos Cursos de Educação e Formação já existente há mais de oito anos, terá neste ano letivo a sua extinção, com a frequência dos alunos do segundo ano do curso, ciclo que se iniciou no

ano letivo de 2013-2014. A oferta deste tipo de ensino será substituída pelos cursos Vocacionais Básicos de um ou dois anos que foram introduzidos no sistema de ensino em 2012-2013. Os novos cursos apresentam uma estrutura diferente da dos cursos CEF, sendo do tipo modular como acontece com a estrutura dos cursos profissionais de nível secundário.

Em termos de recursos humanos (quadro 1.6), a escola apresenta um corpo docente estável, constituído na sua maioria por professores do quadro, que correspondem a 80% do total, sendo os restantes professores do quadro de zona pedagógica e professores contratados.

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3º CICLO ANTÓNIO GEDEÃO	
Recursos Humanos	Efetivos
Docentes	92
Pessoal Administrativo	11
Assistentes Operacionais	22

Quadro 1.6 – Recursos Humanos da escola

Os espaços de aula e de apoio estão distribuídos por cinco pavilhões de dois pisos (quadro 1.7), um conjunto de pré-fabricados e um pavilhão desportivo (figura 1.13), existindo ainda um polidesportivo e um campo de relva sintética no exterior para a prática desportiva (figura 1.14).



Figura 1.13 – Vista exterior do Pavilhão Polidesportivo da escola



Figura 1.14 – Vista dos Campos Desportivos da escola



Figura 1.15 – Vista do espaço da biblioteca da escola

ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3º CICLO ANTÓNIO GEDEÃO	
Recursos Físicos	Número
Salas de aulas	25
Salas específicas	11
Sala polivalente	1
Sala de informática	2
Biblioteca / Centro de Recursos	1
Laboratórios	4
Refeitório/Bar	1

Quadro 1.7 – Recursos Físicos da escola

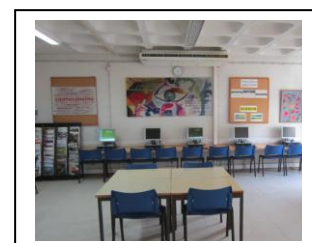


Figura 1.16 – Centro de Recursos

1.2.3 – Matemática e Arte

A escola está implantada num terreno que para além dos edifícios e campos desportivos referidos, possui uma vasta área arborizada, onde se encontra colocada uma escultura, executada no âmbito de um projeto promovido pela Associação dos Professores de Matemática – APM- para assinalar o Ano Internacional da Matemática.

A comemoração deste ano ocorreu em 2000 e partiu de decisão da União Internacional dos Matemáticos, a APM a nível nacional lançou diversas iniciativas, em que uma delas assumiu o projeto de “Um polígono na Escola”, várias escolas aderiram a este projeto, sendo o caso da escola António Gedeão (figuras 1.17-19).

Figura 1.17 – Escultura do Tetraedro, vista lateral



Figura 1.18 – Escultura do Tetraedro, vista frontal

Neste sentido, a escola António Gedeão lançou um concurso, ao qual os alunos do curso Tecnológico de Artes e Ofícios, responderam de forma muito participativa e qualitativa, sendo atribuídos dois prémios, um de criatividade e outro de criatividade e exequibilidade, a maquete relativa a este projeto foi executado em escala real e encontra-se precisamente no

espaço exterior de lazer da escola. A execução da escultura foi conseguida através de uma parceria com a Escola Profissional da Lisnave, as três seções do tetraedro foram executadas em chapa de aço, e unidas entre si com soldaduras, não foi dado qualquer tratamento e/ou revestimento, para que apresentasse o aspeto oxidado que hoje observamos. Esta peça perdura no tempo, passados que estão 15 anos, constituindo uma marca no espaço da escola.



Figura 1.19 – Escultura do Tetraedro, vista posterior

1.3 Atividades e Projetos na Escola



Figura 1.20 – Pendão de poste no dia do Patrono, ano de 2015

A Escola António Gedeão apresenta uma dinâmica muito expressiva em termos de realização de atividades e projetos.

Ao nível de atividades de desporto extra curriculares a escola oferece a prática de Golfe, Ténis, Surf e Voleibol, para além de torneiros organizados na escola e da participação de alunos em provas de diferentes modalidades inseridas no desporto escolar.

Algumas atividades desportivas são praticadas no exterior da escola, nomeadamente o golfe que funciona numa parceria com as escolas de golfe dos Capuchos, Aroeira e Jamor, o ténis é praticado nos cortes do complexo desportivo municipal e o surf é praticado numa praia da costa de Caparica.



Figura 1.21 – Decoração da área de acesso à biblioteca, 25 de Abril

Ao longo do ano letivo decorreram diversas exposições no bloco de serviços, muitas no espaço do hall de acesso ao piso dois da biblioteca, na galeria do piso dois e no espaço da própria biblioteca, a título de exemplo refiro a exposição comemorativa do Aniversário do 25 de Abril de 1974 (figuras 1.21 e 1.22).



Figura 1.22 – Exposição de trabalhos de Alunos, 25 de Abril

Para além da exposição ocorreu neste âmbito, recitação de poemas por alunos, no espaço do hall deste bloco, e a uma representação de teatro com a peça “O 25 de Abril”.

significativamente o número de alunos que participam nas atividades de matemática.

Assim, as atividades de matemáticas desenvolveram-se ao longo do ano letivo e integraram a participação dos alunos nas Olimpíadas da Matemática e no Canguru matemático sem fronteiras. Ao nível da sala de aula, os alunos do 3º ciclo participaram todos nos Desafios Alea e em desafios ao nível da promoção da melhoria do cálculo mental, atividade designada “10 minutos para calcular”.

Complementarmente, a estas atividades, algumas turmas participaram em visitas de estudo diversas no âmbito da matemática. Alguns delas com caráter interdisciplinar. É exemplo disso a visita de estudo à Assembleia da República realizada pela turma de MACS, a qual acompanhei.

Para além destas atividades a que dei destaque, ocorreram outras, pelo que entendo ser importante enumerar mais algumas:

- Concurso “Dia a Dia a aprender” – durante o ano letivo até ao mês de Maio;
- Exposição de trabalhos de alunos, com o Tema, 600 Anos da Expansão Marítima Portuguesa – A conquista de Ceuta, 7 a 14 de Maio;
- Palestra na biblioteca “Europa Hoje”, promovida pelo Centro de Informação Europe Direct, 7 de Maio;
- Prova Distrital Concurso Nacional de Leitura Biblioteca Municipal de Almada, com participação de 4 alunos da escola, incluindo uma aluna do 10ºA, 16 de Abril;
- Peça “Menina do Mar” na biblioteca, realizada pelos alunos do Curso Profissional de apoio à Infância e destinada a alunos do 1º ciclo;
- Comemoração do St. Patrick`s Day, grupo de Inglês, 20 de Março;
- Observação do Eclipse Solar, Associação de Estudantes e Professores, 20 de Março;
- Semana da Leitura, na biblioteca com leituras por alunos dos livros “A Menina do Mar” e “O Príncipezinho”, 9 a 20 de Março;
- Exposição de trabalhos de alunos, sobre “Grandes Amores da História e Literatura”, 13 de fevereiro;

CAPÍTULO 2 - CARACTERIZAÇÃO DA ATIVIDADE DE ESTÁGIO

2.1 -Caracterização da turma

A professora orientadora lecionou duas turmas do 10º Ano de Matemática A – 10º X e 10º Y - e uma turma de 10º Ano (Z) de Macs – Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Sendo dois os estagiários, as turmas foram distribuídas por decisão dos estagiários em função do horário das turmas, tendo eu ficado com uma das turmas do 10º ano (X) e o acompanhamento pontual da turma de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (10º Z).

A turma do 10º Z tinha vinte e sete alunos, 17 são raparigas e 10 são rapazes, a diretora da turma foi a professora da disciplina de Macs.

A turma do 10º ano, onde decorreu o trabalho de estágio, iniciou o ano letivo com vinte e sete alunos, mas um aluno foi transferido no início do ano. Dos 26 alunos, 15 são raparigas e 11 são rapazes, a maioria dos alunos tinha 14 anos de idade no início do ano letivo, tal como mostra o quadro 1.8.

Sexo	Idade			Total
	14	15	16	
Feminino	3	13	---	16
Masculino	8	1	1	10
Total	11	14	1	26

Quadro 2.1 – Distribuição por idade e género dos alunos do 10º X

Para melhor conhecer e caracterizar os alunos da turma onde decorreu o trabalho de estágio, foi aplicado um questionário aos alunos, cujos resultados se apresentam a seguir.

No que refere às habilitações literárias dos encarregados da educação (figura 2.1), metade tem o 12º ano. Por sua vez 38,56% dos encarregados de educação possuem formação universitária, somente 11,54% possuem formação ao nível do 3º ciclo.

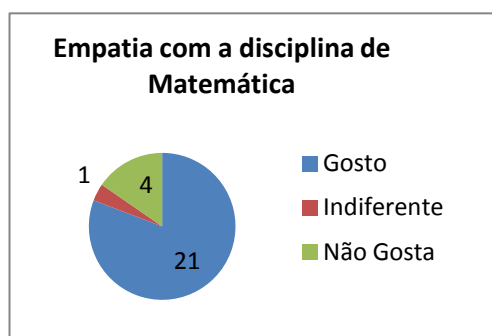


Figura 2.2 – Empatia com a disciplina de Matemática

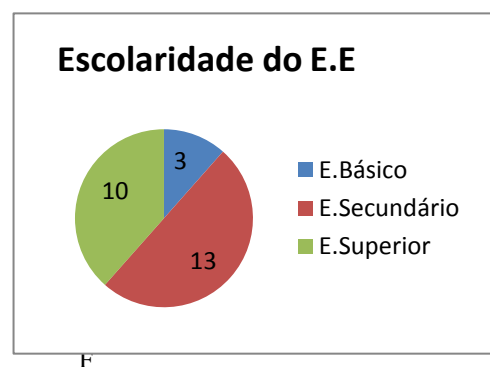


Figura 2.1 – Escolaridade dos encarregados de educação dos alunos da turma 10ºX

Relativamente à disciplina de Matemática (figura 2.2), a maioria dos alunos expressa ter empatia com a disciplina, um aluno revela indiferença e quatro alunos não gostam da disciplina. Estes quatro alunos apresentam como justificação para a sua resposta a dificuldade da disciplina.

As disciplinas de Matemática e Física e Química (figura 2.3) são identificadas em conjunto por 12 alunos da turma como as disciplinas em que têm maior dificuldade, sendo que a disciplina de Física é ainda indicada por mais três alunos como sendo a que apresenta maior dificuldade.

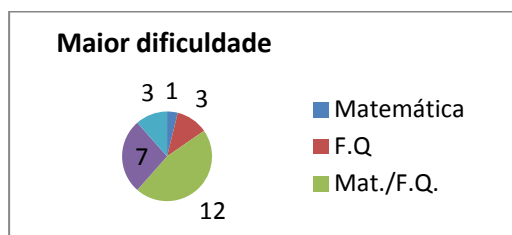


Figura 2.3 – Disciplinas com maior dificuldade para os alunos

A disciplina de Biologia é a que registra maior preferência por parte dos alunos da turma, seguida das disciplinas de Matemática e Inglês (figura 2.4).

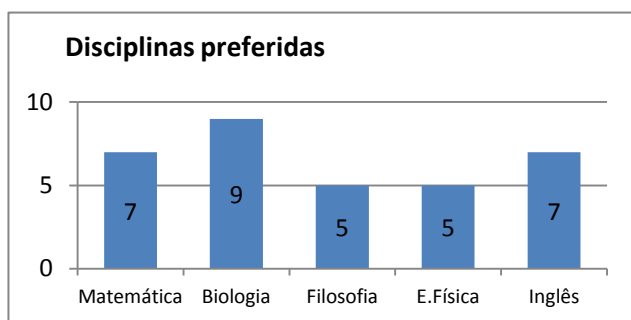


Figura 2.4 – Disciplinas preferidas pelos alunos

A maioria dos alunos da turma tem como objetivo o prosseguimento de estudos no ensino superior, 11 dos alunos já tomaram a decisão do curso que pretendem frequentar, enquanto 10 alunos ainda não têm a opção do curso definida, os restantes 5 alunos da turma não pretendem prosseguir estudos (figura 2.5).

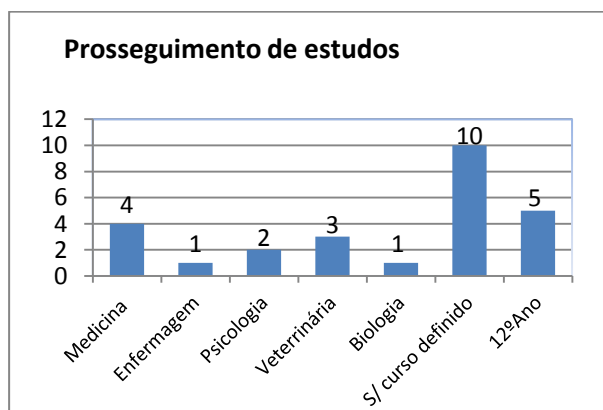


Figura 2.5 – Prosseguimento de estudos dos alunos 10ºX

2.2 - Descrição dos Manuais

Importa referir os manuais adotados nos dois cursos, ambos os manuais são compostos por dois volumes, caderno prático e e-manual do Aluno, para o professor são disponibilizados o manual e um e-manual.

Curso de Ciências e Tecnologias

Novo Espaço – 2 Volumes (figura 2.6)

Autores: Belmiro Costa, Ermelinda Rodrigues

Porto Editora

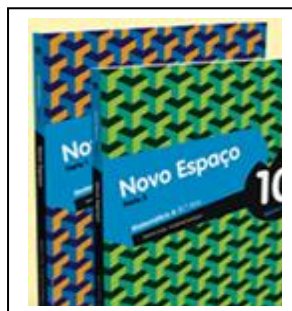


Figura 2.6 – Manuais de Matemática A – 10º Ano

Curso de Ciências Socioeconómicas

MACS – 10º Ano – 2 Volumes (figura 2.7)

Autores: Maria Augusta F. Neves, Sandra Bolinhas,

Luísa Faria

Porto Editora



Figura 2.7 – Manuais de Matemática Macs – 10º Ano

2.3 Tecnologias na Sala de aula

Durante as aulas foi utilizado o videoprojetor ligado ao computador para apoio às aulas, quando realizadas pesquisas na internet para os alunos puderem visualizar os temas e sites, apoio ao uso das máquinas de calcular, com utilização dos programas emuladores da Casio e da Texas, que permitem projetar a máquina gráfica no datashow .

Os alunos da turma utilizaram diferentes modelos de calculadoras gráficas da Casio e da Texas, devido à maioria dos alunos já possuírem máquina, não foi possível uniformizar os modelos a utilizar, para a professora Rosário tornou-se uma tarefa mais exigente, isto porque os diferentes modelos utilizam menus

distintos, inclusivé, dentro da mesma marca. Na sala de aula os alunos utilizaram os modelos da Casio calculadora gráfica FX e da Texas Instruments os modelos TI – 82, 84-Plus e TI-NSPIRE.

No estudo da geometria foram utilizados sólidos em acrílico transparentes e no estudo das intersecções do cubo com planos de seccionamento, utilizaram-se cubos em acrílico com líquido de cor no interior, para melhor visualização das seções resultantes dos cortes.

CAPÍTULO 3 - Prática Pedagógica

Neste capítulo vai ser abordada a temática referente à planificação e lecionação das aulas realizadas ao longo do ano letivo, em cada um dos períodos letivos.

3.1 – Planificação e lecionação das aulas

Os momentos das aulas lecionadas, ocorreram de acordo com as planificações a longo prazo e a médio prazo da disciplina de Matemática A do 10º Ano realizadas pelas professoras da Área disciplinar que lecionavam o 10º ano de escolaridade. Estas planificações foram facultadas no início do ano letivo pela professora Rosário Lopes, tendo sido a partir delas que foram definidos os diferentes momentos em que ocorreram as aulas relativas à prática pedagógica supervisionada.

Daqui resultou que as aulas lecionadas integraram-se na planificação da disciplina, respeitando a calendarização prevista para cada unidade curricular. O documento de planificação da disciplina consta do dossiê de estágio.

As unidades curriculares e subtemas contemplados nas aulas que lecionei na turma 10º ano, foram:

- Geometria analítica
 - Simetrias e Projeção Ortogonal
 - Vetores
- Funções Polinomiais
 - Operações com Polinómios
 - Regra de Ruffini
- Estatística
 - Medidas de localização

Para cada aula foi elaborada o respetivo plano de aula que foi apresentado e discutido, previamente, com a professora orientadora, considerando as suas sugestões eram feitos ajustamentos ao documento inicial.

Este trabalho contribuiu para que os planos de aula resultassem num documento científico/pedagógico em consonância com os objetivos dos conteúdos programáticos dos subtemas das unidades de ensino que me propunha desenvolver. Sublinhar o importante contributo da professora orientadora em todas as fases da realização dos planos de aula.

Datas das aulas lecionadas		Tema	Tipo
1º Período	1ª aula - 30/10/2014	Geometria analítica	Supervisionada
	2ª aula – 11/12/2016	Geometria analítica	Aula Assistida - FCT
2º Período	3ª aula – 16/03/2016	Funções Polinomiais	Aula Assistida - FCT
	4ª aula – 18/03/2016	Funções Polinomiais	Aula Assistida - FCT
3º Período	5ª aula - 20/05/2016	Estatística	Aula Assistida - FCT
	6ª aula – 21/05/2016	Estatística	Aula Assistida - FCT

Quadro 3.1 – Cronograma das aulas lecionadas

Das duas aulas lecionadas no 1º período, ambas inseridas no tema de Geometria Analítica, sendo que a 1ª aula de 50 minutos foi supervisionada pela professora orientadora e a 2ª aula também de 50 minutos foi assistida pela Professora Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos e professora orientadora. No 2º período ocorreram duas aulas consecutivas, ambas assistidas pela Professora Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos e professora orientadora, estas aulas incidiram sobre o tema de Funções Polinomiais.

No 3º período, estava prevista só uma aula assistida, mas de forma a reforçar a prática pedagógica do estagiário, foram lecionadas duas aulas assistidas pela Professora Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos e professora orientadora, as aulas incidiram sobre o tema Estatística.

→ A 1ª aula teve por conteúdos programáticos, simetrias e projeção ortogonal, resultou numa aula em que foi possível de cumprir o plano de aula, plano este que como os das restantes aulas constam do dossiê de estágio. As tarefas do manual propostas nesta aula foram resolvidas pelos alunos como TPC, na aula seguinte a professora orientadora procedeu à correção e esclarecimento de dúvidas, em que como nas restantes aulas ocorreu participação nesta tarefa.

→ A 2ª aula teve por conteúdos programáticos, vetores livres no plano e no espaço e adição de vetores, nesta aula foi utilizado um “power-point” com algumas definições e imagens relativas a vetores, utilização também de dois automóveis miniaturas sobre um plano para exemplificação do conceito de segmento orientado, isto para além do quadro de sala de aula. No balanço da aula, foi transmitido que na 1ª parte da aula o ritmo que imposto foi lento, mas que na parte restante este aspeto foi melhorado, também referido a necessidade de fazer uso de um maior rigor científico na linguagem utilizada.

→ A 3ª e 4ª aula, teve por conteúdos programáticos, respetivamente, operações com polinómios e algoritmo da divisão e regra de Ruffini, as aulas ocorreram em dois dias de aulas consecutivas da turma.

Na 1ª aula deste bloco, no primeiro momento da aula foi feita uma revisão de noções relativas a polinómios, no segundo momento foi resolvido no quadro um exemplo do algoritmo da divisão exata de polinómios. Apesar do plano de aula ter sido cumprido, no final da aula faltou tempo para destacar a conclusão sobre a divisão exata de polinómios, o que foi devido a ter-se prolongado o primeiro momento

da aula dedicado à revisão sobre polinómios. Numa reflexão sobre esta aula, sobressaiu que o tempo dedicado à revisão sobre polinómios devia ter sido reduzido, permitindo destacar as conclusões do exemplo resolvido no quadro.

Na 2ª aula os conteúdos programáticos lecionados foram o algoritmo da divisão e regra de Ruffini, recorreu-se do mesmo exemplo de polinómios para a explicação do algoritmo da divisão e da regra.

No balanço da aula foi apontado de que devia ter sido tirado partido do algoritmo da divisão dos polinómios na apresentação da regra de Ruffini, até que teria sido relevante estabelecer esta relação para responder a uma questão de um aluno. Reconhece-se que teria sido muito útil quer para o aluno que questionou quer para os restantes alunos da turma ter estabelecido esta relação, inclusive estava exemplificado no quadro o algoritmo da divisão de polinómios e a divisão de polinómios por aplicação da regra de Ruffini. Este reparo produziu um reforço muito positivo no sentido de estabelecer no futuro estas conexões na preparação das aulas da disciplina nos diferentes temas Matemáticos.

→ A 5ª e 6ª aula, tiveram por conteúdos programáticos, respetivamente, medidas de localização, média, moda e mediana, estudo das propriedades da média e quartis.

O plano de aula não contemplava o estudo dos quartis, no balanço final da aula e não tendo sido cumprido na totalidade o plano de aula, foi agendada para a próxima aula da turma nova aula assistida, integrando na planificação o conteúdo de quartis.

No balanço da 1ª aula do bloco, foi referido que o ritmo da aula foi lento, reconhecido este facto, se bem que este ritmo permite que os alunos com maior dificuldade possam melhor acompanhar as aprendizagens, a professora Maria Helena salienta que os alunos com melhor desempenho acabam por se distrair. Atendendo à pertinência do comentário, será um aspeto a ter em consideração no futuro, colocando relevo no ritmo de lecionação das aulas de forma a manter vivo o interesse dos alunos com melhor desempenho.

Na 2ª aula foi imprimido um ritmo mais vivo à aula, tendo sido concluído um exemplo prático de cálculo das medidas de localização relativos a salários numa empresa apresentado na aula anterior e introduziu o estudo dos quartis, o balanço foi positivo com a ressalva da necessidade de maior rigor científico na linguagem utilizada. Concorde-se com a necessidade de melhorar o rigor científico na linguagem utilizada, porque caso contrário irá gerar dúvidas nos alunos quando forem estudar os temas lecionados nas aulas da disciplina.

Num balanço das aulas lecionadas, todas foram consideradas importantes, de todas foram retiradas conclusões para a uma melhor prática pedagógica futura, quer pela auto análise realizada após as aulas lecionadas, quer também, pelas sugestões e comentários das professoras assistentes, inclusive foram referidos aspetos a melhorar, coincidentes com os resultantes da auto análise.

As planificações das diferentes aulas foram executadas com empenho e rigor, partindo da definição dos conteúdos a desenvolver e metodologia a abordar, fase realizada com o apoio da professora orientadora, seguindo-se a fase de pesquisa sobre os conteúdos e posteriormente a realização do plano de aula.

Os diferentes planos de aula foram discutidos e melhorados com a professora orientadora, dando origem ao documento final de plano de aula que era entrega às professoras assistentes.

Como principal recurso foi utilizado o manual adotado (Novo Espaço – 10, Matemática A), uma vez que para os alunos este é um importante suporte ao estudo da disciplina, recorreu-se a outros manuais da disciplina e pesquisa sobre os diferentes temas em sites de ensino de matemática de universidades.

Nas aulas foi feito uso de todos os materiais disponíveis que pudessem auxiliar na prática pedagógica de forma a facilitar as aprendizagens dos alunos, por isso, para além do quadro habitual numa sala de aula, recorreu-se à utilização do videoprojector, associado a apresentações em PowerPoint.

Para cada aula procedeu-se à resolução dos exercícios seleccionados e propostos aos alunos e foi preparado um guião anotado a partir do plano de aula.

Assistiu-se a algumas aulas semanais da turma do 10º Ano, da disciplina de Macs, turma da professora orientadora, o que permitiu tomar contacto com o programa da disciplina e da prática pedagógica do ensino desta disciplina em sala de aula. Estas aulas foram úteis pois permitiram o conhecimento dos conteúdos da disciplina e da sua aplicação prática através da resolução de exercícios e problemas, realizando o acompanhamento dos alunos em sala de aula na realização destas tarefas.

3.2 Avaliação dos alunos

A professora orientadora pedagógica informou da forma como decorria a avaliação dos alunos do Ensino Secundário de acordo com os critérios definidos a nível de escola, e da Área Disciplinar.

Existem várias modalidades de Avaliação:

- 1) Diagnóstica – permite analisar os conhecimentos e aptidões dos alunos, funcionando como um diagnóstico que pode ser realizada de diversas formas e é geralmente aplicada no início de uma Unidade Curricular;
- 2) Formativa – identifica as aprendizagens bem sucedidas e as dificuldades dos alunos, contribuindo na avaliação contínua e recolhendo informações que servem na orientação do ensino, sendo aplicada no decorrer das Unidades Curriculares em momentos oportunos para averiguar os resultados obtidos através de testes, fichas de trabalho, trabalhos e da avaliação de atitudes e valores.
- 3) Sumativa – procede-a um balanço de resultados, permitindo completar um ciclo de avaliação, tendo em conta todos os parâmetros de avaliação.

Relativamente ao 10º ano, o grupo de matemática da Escola tem definido para a avaliação os seguintes fatores percentuais, 80% correspondente aos resultados dos testes, 10% correspondente aos resultados das fichas de trabalho, no seu conjunto totalizam 90% e respeitam ao parâmetro de Conhecimentos, encontrando-se as Aptidões transversais subdivididas em 5% para o trabalho produzido na aula e para o comportamento e 5% para os trabalhos de casa.

Os instrumentos de avaliação implementados na turma onde foi efetuada a atividade letiva foram os testes, realizando-se, em média, dois por período letivo, fichas de trabalho, efetuadas na aula, e grelhas de registo das atitudes de valores que incluíam as atitudes/comportamento, a pontualidade, o interesse/empenho, a participação oral e escrita, a realização dos trabalhos de casa e a utilização do caderno diário.

A avaliação é formalizada de modo contínuo ao longo dos três períodos letivos, pelo que as médias dos testes e fichas consideram todos os momentos de avaliação, daqui resulta que no 2º período os testes e fichas do 1º período integram a média, o mesmo se aplicando ao 3º período em que são considerados os testes e fichas dos períodos anteriores.

Ao longo do ano letivo foram elaboradas propostas de questões para os testes, três fichas de revisão sobre o tema de Geometria, sendo que as duas primeiras fichas constituíram a base para o trabalho de investigação que se realizou ao longo do 2º período e início do 3º período. Estas duas fichas foram entregues em suporte de papel às alunas que colaboraram na investigação, sendo disponibilizadas aos restantes alunos da turma na plataforma moodle assim como a 3ª ficha.

Procedeu-se à correção das fichas de revisão no âmbito da investigação e realizadas entrevistas com as alunas que participaram no estudo de caso.

3.3 Atividades dos Alunos

Na sequência da assistência a aulas da disciplina de Macs de uma turma do 10º ano, surgiu a oportunidade da participação com os alunos numa visita de estudo no mês de Dezembro de 2014 ao edifício da Assembleia da República, visita organizada pela professora Rosário Lopes e de caráter interdisciplinar com a disciplina de Geografia. Esta visita teve como principal objetivo a compreensão, por parte dos alunos da importância do estudo de um dos temas tratados nas aulas sobre a teoria matemática das eleições.

Integrado na lecionação do tema da estatística, os alunos da turma onde se desenvolveu o trabalho de estágio, participaram no desafio do projeto ALEA, relativo ao 3º período. Esta atividade decorreu no espaço multimédia da biblioteca da escola.

O projeto ALEA – Ação Local Estatística Aplicada – é suportado por uma plataforma online que visa apoiar a educação estatística através de informação e apresentação de material didático.

Esta plataforma online é gerida em parceria pelo INE – Instituto Nacional Estatística –, escola secundária Tomaz Pelayo e a DGEstE -Direção Geral de Estabelecimentos Escolares - com acesso a partir do site desta instituição. A supervisão científica é assegurada pela Professora Doutora Maria Eugénia da Graça Martins, que criou os cursos de Noções de Estatística e de Noções de Probabilidades que seguem o programa oficial do ensino secundário.

Os alunos participaram ainda, com caráter facultativo, na 1ª fase das olimpíadas da matemática e na competição Canguru matemático.

3.4 Atividade docente

A introdução deste ponto prende-se com o facto de não ter sido desenvolvido na escola secundária António Gedeão trabalho de acompanhamento das atividades de Direção de Turma bem como a não participação em Reuniões do Grupo Disciplinar de Matemática. Em simultâneo com a realização do estágio pedagógico em Matemática, o estagiário exerceu atividade de professor na Escola Secundária Marquês de Pombal em Lisboa, a cujo quadro pertence, como docente do 3º grupo de Construção Civil. No ano letivo de 2014-2015, foram lecionadas cinco disciplinas e exercidos os cargos de delegado de grupo, diretor de turma e de coordenador do gabinete de ação disciplinar.

Foram lecionadas as seguintes disciplinas:

- Tecnologias da Informação e Comunicação –TIC – a uma turma do 2º ano dos cursos CEF de Instalações elétricas e de Operador de informática (turmas agrupadas);
- Organização e Gestão de Empresas (UFCD 3910), do Curso Vocacional Secundário de Técnico de Obras, 1ºano;
- Desenho Técnico do Curso Profissional de Condução de Obra, 12º ano;
- Disciplina de Matemática do 1º ano do Curso Vocacional de nível básico de Mecânica, Eletrotecnia e Desenho Assistido por Computador;
- Disciplina de Matemática para a Vida, referente a Processo RVCC Escolar, nível Básico 3 – Certificação de Competências.

Para todas as disciplinas referidas foram elaboradas as respetivas planificações, elementos de avaliação e para algumas fichas de trabalho e textos de apoio.

Na disciplina de Matemática do curso Vocacional de nível básico, foram lecionados quatro módulos:

1) Estatística e Probabilidades; 2) Das Equações aos Números; 3) Geometria intuitiva;

4) Do Plano ao Espaço.

A designação e estrutura dos módulos foi adaptada pelo grupo de matemática com base no programa dos cursos CEF. O trabalho em sala de aula foi essencialmente prático, com utilização das fichas dos manuais de Matemática Aplicada dos Cursos CEF, estas fichas introduzem os temas e conteúdos com uma síntese e com exemplos de exercícios, a que se seguem propostas de exercícios e problemas.

Para cada módulo foi realizada uma ficha de avaliação (em anexo no relatório) e posteriormente uma ficha de recuperação para os alunos que não tivessem tido na avaliação sumativa nota igual ou superior a dez valores.

Na disciplina de Matemática para a Vida, processo em pós laboral, foi realizado com os adultos um trabalho de apresentação e análise das quatro unidades de competência e respetivos critérios de evidência.

Com base na experiência de vida dos adultos foram preparadas fichas de validação de competências para três unidades de competência (B, C,D), refiro a designação das quatro unidades:

- A) Interpretar, organizar, analisar e comunicar informação utilizando processos e procedimentos matemáticos;
- B) Usar a matemática para analisar e resolver problemas e situações problemáticas;
- C) Compreender e usar conexões matemáticas em contextos de vida;
- D) Raciocinar matematicamente de forma indutiva e de forma dedutiva.

Foram analisadas as histórias de vida e portefólios dos adultos e validadas as competências de acordo com as unidades e critérios de evidência, para alguns dos adultos algumas unidades foram validadas pelas fichas de validação. Foi elaborada a Prova de Matemática para a Vida e respetivos critérios de correção (em anexo no dossiê de estágio).

Ao nível das estruturas pedagógicas foram diversas as atividades desenvolvidas, como sejam, convocação de reuniões de grupo, participação em reuniões do grupo de matemática, do departamento de expressões e nos diferentes conselhos de turma e participação nos júris do processo de validação de competências dos cursos RVVC. Nos conselhos de turma do CEF, as atividades foram mais expressivas desenvolvendo o trabalho de direção de turma.

Das diferentes atividades desenvolvidas, destaca-se a promovida pelo grupo de Matemática, que decorreu na biblioteca da escola, sessão de “Magia da Matemática” dada pelo professor José Paulo Viana.

3.5 Valorização Profissional

Com o objetivo de atualização ao nível profissional, conta-se a participação no mês de Março, no Mega Encontro Sobre o Novo Programa e as Metas Curriculares de Matemática, promovido com pela editora

Leya Educação, que decorreu na FIL, apresentado e moderado pelos professores doutores Filipe Oliveira e António Bivar, dois dos autores do novo programa da disciplina de Matemática A.

Acresce também no mês de Março, a participação no Encontro de Educação, Apresentação dos Novos Projetos – Matemática A, 10º Ano, promovidos pela Porto Editora, apresentados e moderados pelos professores autores dos manuais.

3.6 Considerações Finais

As diferentes atividades desenvolvidas ao longo do ano letivo no âmbito do estágio, nomeadamente, assistência das aulas da disciplina de Matemática, apoio aos alunos em sala de aula, aulas assistidas e do trabalho de investigação, contribuíram de forma ativa para o desenvolvimento de um conjunto de competências no ensino de Matemática.

Avaliando o trabalho desenvolvido nas aulas assistidas, no âmbito do estágio pedagógico, concluiu-se que no futuro terá de ser reforçado o trabalho de preparação das aulas, especialmente nas questões de rigor científico no que respeita à comunicação dos conteúdos lecionados.

Apesar da experiência docente, nota-se que na abordagem de novos conteúdos programáticos a lecionar/níveis de ensino, será necessário aprofundar o trabalho de planificação da atividade letiva, ao nível da consolidação científica dos Temas, trabalho este que reverte numa menor frequência de erros na transmissão oral, contribuindo para um melhor desempenho no ensino de Matemática.

Como já referido neste relatório, foi desenvolvida atividade docente noutra escola, o que em muito condicionou a disponibilidade para participação em mais atividades e nas estruturas pedagógicas da Escola António Gedeão, no entanto, estas práticas foram exercidas na Escola de origem, como descrito anteriormente.

PARTE II – INVESTIGAÇÃO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

A investigação decorreu na Escola Secundária António Gedeão, nas aulas da disciplina de Matemática, numa turma do 10º ano, aulas que o investigador acompanhou na componente de estágio do Mestrado em Ensino da Matemática da FCT-UNL.

No decurso do ano letivo, o investigador tomou conhecimento da dinâmica da escola, ao nível da sua estrutura, projetos, alunos e em especial das turmas 10º X e 10º Y e da professora da disciplina de matemática e orientadora Rosário Lopes.

O tema da investigação incidiu sobre as aprendizagens em Geometria, tema que foi lecionado ao longo do 1º período e início do 2º período, na disciplina de Matemática A.

A investigação teve por base duas tarefas matemáticas com exercícios sobre os diferentes conteúdos de Geometria, resolvidas pelos alunos de uma turma.

As tarefas foram propostas aos alunos da turma do 10º X, destes alunos participaram no presente estudo um grupo de sete alunas que se voluntariaram para o efeito. O trabalho desenvolvido pelas alunas na realização das tarefas permitiu que as alunas efetuassem uma autoavaliação das suas aprendizagens em Geometria e consequentemente diagnosticar as necessidades de reforço nos conteúdos em que não revelaram um bom desempenho.

Para esta atividade dos alunos, que tinha um caráter extra curricular, as expetativas do investigador, assentaram na possibilidade de poder refletir sobre as estratégias e raciocínios matemáticos dos alunos na resolução dos exercícios propostos, e de num momento posterior avaliar sobre o grau de desempenho e das razões associadas a possíveis dificuldades reveladas pelos alunos.

Considerando o Tema de Geometria, analisado na perspetiva da sua aprendizagem, esta investigação teve em conta as orientações metodológicas e pedagógicas constantes do programa da disciplina de Matemática A, 10º Ano, Tema 1 – Geometria no Plano e no Espaço I.

Veloso, no seu livro de Geometria, escreveu:

A Geometria presta-se, mais do que outros temas, para a aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes (Veloso, 1998, p. 26).

A Matemática contempla um relevante número de temas ou áreas de estudo, pelo que o seu estudo e investigação é de uma enorme riqueza, contribui para a realização de progressos em ciência matemática à luz de novas teorias que se constroem no tempo, teorias estas suportadas por demonstrações matemáticas.

Para definir Matemática e recorrendo a uma frase de um matemático português, Sebastião e Silva citada por Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM, 2015):

Seria possível dizer o que é a Matemática se esta fosse uma ciência morta. Mas a Matemática é, pelo contrário, uma ciência viva, que se encontra hoje, mais do que nunca, em rápido desenvolvimento, proliferando cada vez mais em novos ramos, que mudam não só a sua fisionomia, como até a sua essência (SPM, clube.spm.pt, 2015).

Sobre a Matemática e ainda segundo a perspetiva de Sebastião e Silva, ela pode ser entendida como o suporte estruturante de toda a investigação, nas diversas áreas científicas e por inerência também nas diferentes áreas tecnológicas.

Atendendo a que na conceção do desenvolvimento das civilizações, ao longo da história já escrita bem como a que será escrita no futuro, tem por alavanca os avanços adquiridos nas ciências e tecnologias, em que estes são indissociáveis dos progressos das ciências Matemáticas.

A importância da disciplina de Matemática vai muito para além do currículo e da sua obrigatoriedade para o prosseguimento de estudos superiores nas áreas das ciências ou da gestão, pois que são inúmeras as vantagens do conhecimento e domínio de conceitos matemáticos em contexto de vida do jovem e do adulto, na razão direta de que está melhor preparado para entender e estabelecer juízos sobre tudo o que os envolve.

1.2 Orientações Pedagógicas para o ensino da Geometria

Citando o programa de matemática A do 10ºAno datado de 2001, - ensinar matemática, contribui para que os jovens desenvolvam um conjunto de capacidades:

- 1) Usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;
- 2) Formular e resolver problemas, de comunicar, como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade;
- 3) Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constituam suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida ativa;
- 4) Contribuir para uma atitude positiva face à Ciência;
- 5) Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade (DES, 2001, p. 3).

Neste programa da disciplina de Matemática A, as conexões entre os diversos temas são consideradas fundamentais, no entendimento de que os estudantes possam ver que os temas são aspetos complementares de uma mesma realidade.

Da análise do programa, verifica-se ter sido dada uma posição de destaque à Geometria sendo dadas indicações que permitem que seja retomada em praticamente todos os outros temas do Programa. Nos temas de Geometria procura-se um equilíbrio entre a Geometria por via intuitiva e a Geometria Analítica, de modo a desenvolver tanto o raciocínio geométrico direto como a resolução de problemas de geometria por via algébrica, sem esquecer o desenvolvimento de capacidades de visualização geométrica (DES, 2001).

Inicia-se o 10º ano com o estudo da Geometria no Plano e no Espaço, porque a Geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática que vão desde a Álgebra à Análise e à Estatística.

O programa sublinha que a resolução de problemas é um meio privilegiado para desenvolver o espírito de pesquisa, deve contemplar, além de situações do domínio da Matemática, outras, da Física, da Economia e da Geometria Descritiva.

O ensino da Geometria reveste-se da maior importância, proporcionando o desenvolvimento no estudante da intuição geométrica e de um raciocínio espacial, bem como de capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a Matemática, formular e resolver problemas abstratos ou numa perspectiva de modelação matemática (DES, 2001).

Todas estas competências aplicam-se quer estejamos a estudar a geometria plana ou geometria do espaço, sendo que em ambas a prática na manipulação e observação de figuras e modelos revela-se central e decisiva no ensino das noções matemáticas que estão em jogo, com prejuízo absoluto do ponto de vista axiomático.

Neste quadro, as diferentes atividades, sejam elas de construção, de manipulação de modelos ou sejam ligadas a problemas históricos, são contributos importantes para proporcionar ao aluno a capacidade de ao longo da atividade de resolução de um problema desenvolver uma grande parte dos resultados teóricos que se pretende ensinar ou recordar.

Salienta-se a importância de serem dados a conhecer problemas históricos e propor ao estudante a resolução de pelo menos um, sendo também conveniente dar a conhecer um pouco da História da Geometria à qual estão ligados os nomes dos maiores matemáticos de todos os tempos (Euclides, Arquimedes, Newton, Descartes, Euler, Hilbert, entre muitos outros) (DES, 2001, p. 24).

Os conhecimentos dos estudantes sobre transformações geométricas devem ser tidos em consideração para serem utilizados e ampliados na resolução de problemas concretos. Mesmo quando o estudante resolve um problema por via analítica o professor deve incentivá-lo a fazer uma figura geométrica de modo a tirar proveito da visualização do problema e a desenvolver a sua capacidade de representação, ou seja, não se deve deixar que o estudante se limite à resolução exclusiva de equações e à utilização de fórmulas. Para além disso o estudante deve descrever sempre com algum detalhe o processo utilizado, justificando-o adequadamente. Devem apresentar-se aos estudantes problemas que possam ser resolvidos por vários processos, como sejam a perspectiva sintética, a geometria analítica, as transformações geométricas, a utilização de programas de geometria dinâmica e a perspectiva vetorial.

Devem ser exploradas sempre que possível as conexões da Geometria com outras áreas da Matemática e o seu desenvolvimento deve prolongar-se noutros temas do programa da disciplina de Matemática (DES, 2001).

No programa da disciplina de Matemática A, são de destacar as indicações metodológicas sugeridas pelos autores, na medida em que contribuem para uma orientação pedagógica na abordagem pelo professor dos diferentes temas em sala de aula, neste sentido apresenta-se parte das indicações metodológicas para o Tema de Geometria do programa da disciplina de Matemática A do 10º ano, respeitantes a alguns dos conteúdos de Geometria analítica que foram tratados nas fichas de revisão que o presente trabalho de investigação contempla.

Indicações Metodológicas
<p>A circunferência e a superfície esférica devem ser tratadas essencialmente como lugares geométricos sem a preocupação de fazer múltiplos exercícios que envolvam apenas as suas equações (a definição de distância entre dois pontos no espaço aparecerá, naturalmente, ligada à determinação do comprimento da diagonal espacial de um paralelepípedo).</p> <p>O mesmo para a mediatriz/plano mediador (neste contexto só se deve trabalhar com equações de rectas/planos paralelos a eixos/planos coordenados ou que sejam bissetrizes/planos bissectores de quadrantes/octantes).</p> <p>A equação da elipse deve aparecer a partir da circunferência por meio de uma mudança afim de uma das coordenadas.</p> <p>A soma de vectores, a soma de um ponto com um vector e o produto de um escalar por um vector devem ser abordadas em contexto de resolução de problemas.</p> <p>Pretende-se que o estudante deduza propriedades de figuras geométricas (triângulos e quadriláteros) usando vectores e explore a ligação do cálculo vectorial com outras áreas.</p> <p>A equação vectorial da recta surge naturalmente associada ao produto de um escalar por um vector e à colinearidade de dois vectores. Pretende-se que os estudantes saibam escrever a equação vectorial de uma recta e assim identifiquem pelas suas coordenadas os pontos que lhe pertençam.</p>

Figura 1.2.1: Fragmento da planificação da Geometria, Matemática A, (DES, 2001, p. 26)

1.3 Relevância do estudo

Tomando como referência o programa da disciplina de Matemática em vigor à data da recolha de dados, é de salientar, o facto do Tema Geometria ser transversal aos três anos do ensino secundário, no 10º ano – Tema 1 – Geometria no Plano e no Espaço I, no 11º Ano – Tema 1 – Geometria no Plano e no Espaço II e no 12º ano aparece como pré-requisito para o Tema II – Trigonometria e Números Complexos.

O destaque dado ao Tema de Geometria, reflete a valorização que é dada no atual contexto do currículo ao ensino da Geometria, o que é devido ao facto de este tema constituir um instrumento privilegiado de desenvolvimento da compreensão, interpretação, intuição e orientação espacial do mundo físico, que é de há muito tempo reconhecido.

Por estas razões, são relevantes as vantagens para os alunos da aprendizagem de conceitos geométricos, resultando nomeadamente na aquisição de competências, que vão muito além da Matemática, pois que possibilitam aos alunos compreender, representar e descrever de forma organizada o mundo em que vivem (DES, 2001).

A razão da escolha do tema de Geometria, resultou da convergência de dois factos, um tem a ver com a forte identificação do investigador com este tema matemático, que advém da sua experiência de professor nas disciplinas de Matemática e de Geometria Descritiva, o outro facto resultou de que sendo um tema lecionado no 1.º período letivo e início do 2.º período, de acordo com a planificação da disciplina feita pela professora orientadora, foi tema de avaliação nos restantes testes de avaliação da disciplina ao longo do ano letivo, momentos em que foram lecionados e avaliados as aprendizagens de outros temas matemáticos da disciplina, o que permitiu realizar a investigação ao longo do 2.º período letivo e início do 3.º período letivo.

Concretizando, resultou que ao longo do segundo e terceiro períodos letivos, os diferentes momentos de avaliação sumativa, contemplaram exercícios de geometria, nesta perspetiva as tarefas propostas na investigação permitiram que os alunos realizassem um reforço no estudo sobre o tema de Geometria e possibilitaram mais um momento de auto avaliação das suas aprendizagens.

1.4 Objetivos

Esta investigação teve por objetivo a realização de uma análise das aprendizagens realizadas pelos alunos no estudo do tema de Geometria, ao nível da aquisição, consolidação e aplicação de conhecimentos, num espaço temporal posterior ao da leção do tema. Para a concretização deste objetivo recorreu-se a propostas de tarefas destinadas ao grupo de alunos do estudo de caso. Com a realização das tarefas, pretendeu-se estabelecer uma reflexão sobre a atividade realizada pelos alunos e após uma posterior entrevista individual, analisar os raciocínios e metodologia utilizada pelos alunos na sua resolução.

Em termos de metodologia foram desenvolvidos um conjunto de procedimentos no decorrer da investigação, que se enumeram:

- Caracterização da turma 10º ano, em particular dos alunos voluntários que vão participar no estudo de caso;
- Planificação de duas tarefas/exercícios sobre o tema de Geometria, estruturadas de acordo com o perfil dos alunos da turma;

- Articulação com a professora orientadora da estrutura das tarefas/exercícios de forma a corresponderem às necessidades dos alunos e dos momentos de avaliação do 2.º período;
- Reflexão sobre a atividade dos alunos e das respetivas opiniões, de forma a inferir conclusões sobre o estudo do tema de geometria para o grupo de alunos que faz parte do estudo de caso.

Foram considerados dois objetivos para o presente estudo de caso:

1. Possibilitar aos alunos um momento de reforço de aprendizagens, com apresentação de metodologia adequada à resolução de exercícios, nos casos em que o aluno apresente menor grau de desempenho;
2. Analisar a evolução dos alunos no reforço das aprendizagens do tema de Geometria.

Após a indicação dos objetivos do estudo, será pertinente colocar algumas questões, que a investigação prosseguiu e que serviram de orientação a todo o trabalho desenvolvido.

1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos e como evolui, ao longo da realização das tarefas no âmbito da Geometria?
2. Quais os contributos da realização de tarefas para o reforço do estudo no tema da geometria?
3. Qual a vantagem da realização de tarefas, em contexto de atividade extra sala de aula, na melhoria do desempenho dos alunos menos participativos em sala de aula?

1.5 Enquadramento e estrutura geral da investigação

A turma 10º ano do curso de ciências e tecnologias, constituída por vinte e sete alunos no ano letivo 2014/15, foi por inerência de ser a turma de estágio, a quem foi apresentado o presente projeto de investigação. A apresentação do projeto decorreu em sala de aula no início do mês de Janeiro, e foi realizada conjuntamente pela professora orientadora e pelo investigador.

De acordo com a planificação realizada pelos professores do departamento curricular de matemática da Escola António Gedeão que lecionam o 10º ano, caso da professora orientadora, os conteúdos de Geometria lecionados nas aulas da disciplina e propostos nas tarefas da investigação decorreram dos constantes nesse documento.

Período	Tema	Desenvolvimento	N.º Tempos 50'
1º Período	GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I	<ul style="list-style-type: none"> Módulo inicial Resolução de Problemas de Geometria no Plano e no Espaço Geometria Analítica O método cartesiano para estudar geometria no plano e no espaço	15
			50
		<ul style="list-style-type: none"> Apresentação / Teste de diagnóstico Testes e Trabalhos de Avaliação Auto e Hetero-avaliação 	2 10 1
Sub- Total			78
2º Período	GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I	<ul style="list-style-type: none"> Geometria Analítica (continuação) O método cartesiano para estudar geometria no plano e no espaço	6
TOTAL			84

Figura 1.4.1: Fragmento da planificação anual do 10º ano, referente ao tema de Geometria

A investigação como referido, decorreu ao longo do 2.º período e início do 3.º período, teve por destinatários os alunos da turma de estágio e em que o estudo foi realizado com base numa amostra de alunos da turma. Na sequência da apresentação do projeto de investigação, sete alunas da turma voluntariaram-se para participar.

As propostas de tarefas, num primeiro momento foram apresentadas e discutidas com a professora orientadora, de forma a adequá-las às necessidades dos alunos, após o que foram apresentadas à turma. Os enunciados das tarefas foram facultados às alunas intervenientes na investigação, mas ficaram disponíveis para os restantes alunos da turma na plataforma moodle da escola.

As duas propostas de tarefas, compreendem um conjunto de exercícios, abrangendo os diversos conteúdos lecionados no tema de Geometria. Cada uma das tarefas foi apresentada em momentos distintos, no início de duas aulas da disciplina de Matemática da turma, sendo de seguida entregues aos alunos para posterior análise e apresentação de propostas de resolução.

Após a entrega, pelas alunas das suas propostas de resolução, foi realizada uma entrevista individual às mesmas, pelo investigador, relativamente a cada uma das tarefas, que decorreram respetivamente nos meses de Março e Abril.

A investigação está organizada em cinco capítulos. Neste capítulo, é referida a motivação pessoal do professor estagiário, em termos pedagógicos enquanto professor e da importância desta investigação referente ao tema de Geometria. São ainda referidas as orientações

pedagógicas e metodológicas para o ensino da Geometria. Identificação dos objetivos e formulação das questões subjacentes à investigação.

No capítulo 2, é realizada a revisão de literatura, na perspetiva da história da Geometria, analisando os diferentes períodos civilizacionais e relação com a evolução da Geometria, também na perspetiva da análise das reformas do ensino da Matemática no ensino secundário em articulação com a importância do estudo da Geometria na disciplina de Matemática.

O capítulo 3, descreve a metodologia qualitativa adotada no presente estudo e apresenta as características dos participantes na investigação.

No capítulo 4, são apresentadas algumas das propostas pedagógicas desenvolvidas pelos alunos do grupo de estudo, realizada a análise dos dados obtidos pelos alunos e da evolução dos alunos em face do reforço de aprendizagens.

No último capítulo é realizada uma reflexão sobre o trabalho apresentado pelos alunos do grupo de estudo, na realização das duas fichas de tarefas sobre Geometria. É ainda feita uma análise das questões formuladas no início da investigação estabelecendo uma correlação com os dados obtidos.

CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA SOBRE GEOMETRIA

2. Revisão de Literatura

2.1 A evolução da Geometria ao longo da história

Etimologicamente, a palavra “geometria” deriva do grego *geometrein* que significa medição da terra (*geo* = terra, *metrein* = medir) (Oliveira, 1995, p. 21).

A geometria tem origem provável na agrimensura ou medição de terrenos, no Egito antigo, segundo o historiador grego Heródoto (séc. V a. C.), mas é certo que muitas outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, da Babilónia à China, passando pelas civilizações Hindu (Oliveira, 1995).

Os povos babilónicos, anos 2000 a 1600 a. C., eram mais avançados que os egípcios em aritmética e álgebra e conheciam bem o teorema posteriormente designado por Teorema de Pitágoras, atribuído aos pitagóricos – 520 a.C. - e cuja demonstração é apresentada por esta escola séculos mais tarde (Loureiro & al., 1997).

Os babilónicos já utilizavam o número π , ao qual atribuíram o valor 3, tendo sido também utilizada por outros povos, caso dos romanos e chineses, dos quais são conhecidos escritos que comprovam a utilização desta constante numérica (Loureiro & al., 1997).

Os textos antigos, provenientes das primeiras civilizações orientais do Egito e Babilónia, são demasiado fragmentários para permitir seguir, ao pormenor, o processo de constituição de uma aritmética e de uma geometria. No entanto, mostram claramente que os conceitos que aí intervêm “dizem respeito apenas a objetos concretos: enumeração de objetos de um amontoado, medida de grandezas suscetíveis de adição e subtração, como comprimento, área, volume, peso, ângulo, para cada uma das quais se toma uma unidade e muitas vezes os seus múltiplos ou submúltiplos” (Ponte & al., 1997, p. 11).

A geometria começou por se apresentar como uma ciência empírica, estabelecida num conjunto de regras práticas com as quais se obtinham valores aproximados.

A grande viragem dá-se com os geómetras gregos, iniciada com Tales de Mileto (624 a.C. -547 a. C.) que estabeleceu a geometria, como ciência, assente numa teoria dedutiva. Nestes estudos foi dada ênfase ao raciocínio dedutivo, assente na demonstração ou dedução, em que utiliza hipóteses conhecidas para estabelecer a veracidade das proposições geométricas que de acordo com Legend (citado por Hansen, 1998), produziu uma vasto leque de teoremas em Geometria (Loureiro & al., 1997).

Mais tarde Pitágoras (572 a.C. - 497 a. C), dá continuidade ao trabalho iniciado por Tales, apresentando a demonstração do teorema seu homónimo, acabou por ser o fundador no sul de

Itália, em Crotona, por volta de 530 a. C. de uma escola de culto religioso e filosófico, escola em que se estudava música e matemática (Loureiro & al., 1997).

Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) não deixa de apoiar a ideia da imaterialidade dos objetos matemáticos, referindo, em particular, que as investigações dos matemáticos incidem sobre coisas atingidas por abstração, de que são eliminadas todas as qualidades sensíveis como o peso, leveza ou dureza. Também Euclides, em quem vemos pela primeira vez desenvolvidas, segundo o método dedutivo, as propriedades dos objetos matemáticos concebidos por Platão e Aristóteles, não deixa qualquer dúvida quando ao facto de ter atribuído a ponto, reta, ângulo, círculo e polígono, o carácter de objetos de pensamento (Ponte & al., 1997).

No período helenístico (360 a.C. a 322 a.C.), o avanço da civilização grega pelas regiões do mundo oriental (Egipto, Mesopotâmia, parte da Índia) possibilitou que a Matemática grega, embora conservando muitas das suas características tradicionais, sentisse a influência dos problemas de administração e astronomia que o Oriente tinha para resolver. Surgiram os cientistas profissionais e, neste grupo, muitos dos mais importantes viviam em Alexandria (Ponte & al., 1997).

Necessário, será falar mais em pormenor do matemático Euclides, nome incontornável sempre que se fala da Geometria, foi por volta do ano 300 a.C., que escreveu os famosos 13 livros conhecidos como Elementos de Euclides, obra esta que se tornou na base de sustentação da Geometria clássica grega (Ponte & al., 1997).

A obra Os Elementos concorreu para que a geometria assumisse uma estrutura, introduzindo por esta forma o método axiomático, que vai dominar por mais de vinte séculos os estudos em geometria. Nos conteúdos do tratado de Euclides, é visível a influência dos seus antecessores gregos, por exemplo nos volumes I-IV, VII e IX que incorporam os estudos dos pitagóricos (Loureiro & al., 1997).

O tratado Os Elementos não se limita a expor as ideias de anteriores mestres, relativamente à geometria, Euclides, organiza as matérias de um modo sistemático, primeiro a partir de princípios e definições, procedendo depois ao desenvolvimento por via dedutiva.

A perfeição do tratado de Euclides tornou-o um modelo e um protótipo para a sistematização de todas as áreas do conhecimento, sendo que a Geometria foi considerada a disciplina mais relevante para a formação cultural em escolas de artes (Mammana & Villani, 1998).

O aparecimento dos números irracionais e os paradoxos de Zenão só foi possível, devido aos trabalhos desenvolvidos pela Academia de Platão, e muito especialmente, os de Euclides, com recurso às suas formulações axiomáticas, consideradas rigorosas (Ponte & al., 1997).

Numa fase posterior, a Geometria é desenvolvida por outros géometras como Arquimedes (287 a.C. - 212 a.C.) , Apolónio (262 a.C. - 194 a.C.) e Ptolomeu (90 d.C - 168 d.C.), fase esta, em que são os aspetos conceptuais da Geometria que merecem maior atenção (Mammana & Villani, 1998).

A partir do século V, surgem, com os pensadores gregos, as primeiras demonstrações e com elas a necessidade de precisar noções como figura, posição, grandeza, quantidade e medida. Platão mostra claramente que estas palavras não designam noções da experiência sensível, referindo que os matemáticos se servem de figuras visíveis para estabelecerem raciocínios, pensando, contudo, não nelas mas naquilo com que se parecem (Ponte & al., 1997, p. 12).

Nos séculos XVII e XVIII, a geometria euclidiana era ainda objeto de grande admiração, não só porque tinha sido a primeira área da Matemática a ser estabelecida dedutivamente, mas também porque durante mais de dois mil anos, os seus teoremas continuavam a revelar-se verdadeiros quando comparados com a realidade física. Até ao século XIX, foram considerados o modelo da verdade, rigor e certeza, tendo-se transformado, durante vários séculos, no próprio paradigma da ciência. Todavia, nem todos os axiomas de Euclides eram igualmente evidentes, caso do axioma das paralelas, ou o quinto postulado, como é frequentemente designado, tinha sido objeto de numerosas discussões já desde a Antiguidade. Aparentemente, nem o próprio Euclides gostava muito da sua formulação, uma vez que só se serviu dele depois de ter provado, sem o utilizar, tantos teoremas quantos foi capaz (Ponte & al., 1997).

No século XVII, nasceu a disciplina de Geometria Analítica, devido ao trabalho de Descartes, que sugeriu e concretizou a fusão da Álgebra com a Geometria, apesar de utilizar variáveis algébricas é, em particular, essencial para a compreensão da “Análise Matemática” (estudo de funções), sendo que a Geometria Analítica deverá entender-se tão Geometria Algébrica como Álgebra Geométrica. Não obstante a Geometria analítica não tem necessariamente que se desligar da intuição, do experimental ou do visual (Ponte & al., 1997).

Considerando as diferentes facetas da Geometria (a Geometria Projetiva, a Analítica e a Geometria Descritiva) estas eram tidas como aspetos alienados do espírito da Geometria Euclidiana. Foi necessário esperar-se até ao século XIX, para que se alcançasse um progresso fora da Geometria Euclidiana, graças à descoberta das Geometrias não-Euclidianas por Carl Friedrich Gauss, János Bolyai e Nicolai Lobachevsky (Mammana & Villani, 1998).

Relativamente às geometrias não euclidianas, escreveu Carl Gauss:

Admitir que a soma dos ângulos (de um triângulo) é inferior a 180° , conduz a uma curiosa geometria, diferente da nossa (euclidiana), mas inteiramente coerente e desenvolvida para minha inteira satisfação (Ponte & al., 1997, p. 23).

O professor americano, Morris Kline (1908-1992) crítico do movimento da Matemática Moderna, referindo-se às geometrias não euclidianas salienta que um dos factos mais significativos é o poderem ser utilizadas para descrever as propriedades do espaço físico de maneira tão precisa como o fazia a geometria euclidiana. Esta ideia estava em completa oposição com as opiniões cultivadas nos meios intelectuais da época e, assim, a aceitação das geometrias não euclidianas pela comunidade matemática não foi fácil, nem linear. Afinal, o que

estava em causa era não só a antiga crença grega da verdade matemática como chave para conhecer o Universo, mas o próprio poder da razão para aceder ao conhecimento verdadeiro (Ponte & al., 1997).

Na defesa da importância da Geometria no ensino da Matemática, o professor russo Pavel Alexandrov (séc. XX), ilustre geómetra soviético, resume em três ideias os fundamentos que no seu entendimento justificam o ensino da Geometria aos alunos,

a Geometria é essencialmente a combinação de uma imagem viva e de uma lógica rigorosa que se organizam e guiam mutuamente ... o ensino da Geometria tem pois, consequentemente, como função o desenvolvimento nos alunos de três qualidades: a imagem espacial, a compreensão concreta e o pensamento lógico... as duas primeiras características são fundamentais... a terceira faz, nos dias que correm, cada vez mais sentido (Loureiro & al., 1997, p. 14).

A Geometria Analítica nos dias de hoje pode retirar grandes vantagens do uso das calculadoras gráficas e dos programas de computadores, práticas aliás recomendadas nos programas escolares.

Os estudos em Geometria têm evoluído desde a era Antes de Cristo até ao século passado, à semelhança do que aconteceu com a evolução do ensino da Geometria nos diferentes anos escolares.

2.2 Geometria no currículo da disciplina de Matemática

A Geometria é por excelência um tema formativo, que permite ao aluno trabalhar simultaneamente com números, calculando ou relacionando áreas e volumes, trabalhar com proporções na semelhança de figuras ou trabalhar com expressões algébricas.

De acordo com o programa de Matemática A (2001) o ensino da Geometria:

Reveste-se da maior importância devendo desenvolver nos estudantes uma intuição geométrica e um raciocínio espacial, assim como capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a matemática, formular e resolver problemas abstratos ou numa perspetiva de modelação matemática (DES, 2001, p. 24).

A aprendizagem da Geometria para além de permitir desenvolver capacidades de visualização, permite desenvolver outras capacidades, sendo uma delas a capacidade de verbalização, que envolve a troca de ideias, o desenvolvimento de argumentos e a negociação de significados entre alunos e/ou entre estes e o professor (Matos & Serrazina, 1996, p. 269).

O estudo da Geometria possibilita também desenvolver a capacidade de organização lógica do pensamento matemático que integra capacidades como a intuição espacial, a descoberta de propriedades e de relações espaciais entre objetos,

pensa-se que o desenvolvimento desta capacidade de organização lógica do pensamento é um processo gradual que se inicia com experiências concretas, passando por uma diferenciação dos objetos geométricos, passando ainda por uma organização local de propriedades que finalmente se globaliza num sistema axiomático (Matos & Serrazina, 1996, p. 270).

Uma outra capacidade inerente ao estudo da Geometria é a de se aplicar os conhecimentos noutras situações e por último a capacidade do aluno construir e manipular objetos geométricos. Na área da aprendizagem da Geometria, destaca-se a teoria de van Hiele, desenvolvida nos anos 50, por Dina e Peter Van Hiele, casal holandês, ambos investigadores no Tema, tendo construído um modelo para o pensamento geométrico. O modelo prevê uma hierarquia, propondo uma progressão na aprendizagem de cinco níveis de complexidade crescente, considerando o desenvolvimento na aprendizagem de geometria:

Nível 1: Visualização – Os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência;

Nível 2: Análise - Os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades;

Nível 3: Ordenação - Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras;

Nível 4: Dedução - Os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo;

Nível 5: Rigor - Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria (Loureiro & al., 1997, p. 28).

Esta teoria considera que a passagem de um nível para outro depende mais dos conteúdos e dos métodos de instrução do que da idade, ressaltando que nenhum método de ensino permite ao aluno saltar um nível, ao contrário de outros métodos, acentua-se o progresso, do mesmo modo que se pode retardar ou até impedir a passagem de um nível para outro nível se não forem integralmente cumpridos os requisitos do nível imediatamente anterior (Loureiro & al., 1997, p. 20). Posteriormente o próprio autor reduziu para três estes níveis por intermédio de uma junção dos três últimos, de onde resultou uma sequência de ensino na qual em primeiro lugar se ensinava os “factos”, seguindo-se as “propriedades” e, finalmente as “relações”, partindo sempre da intuição e do experimental. Para efeitos de aplicação direta dos três níveis da teoria de Van Hiele aos conteúdos programáticos oficiais da disciplina de Matemática para o 10º ano de escolaridade, os níveis são identificados por:

1.º Factos – o aluno relembra (ou estuda pela primeira vez) as definições geométricas básicas a partir da exploração de atividades diversificadas;

2.º Propriedades – O aluno estabelece uma análise – comparando, associando, etc. das partes componentes e dos atributos dos entes geométricos de modo a chegar ao estabelecimento das propriedades;

3.º Relações – O aluno chega finalmente às relações específicas entre a Álgebra e a Aritmética e a Análise com a Geometria (Loureiro & al., 1997).

Esta abordagem pedagógica deverá seguir em cada nível uma sequência de fases de aprendizagem, de modo que o aluno possa progredir de um nível para outro. Neste contexto as ações a desenvolver em sala de aula pelos docentes são: interrogação/informação, fase em que o professor integra os alunos no domínio da tarefa; orientação guiada, fase em que os alunos são guiados a procurarem estabelecer relações; explicitação, fase em que a turma discute as regularidades encontradas; orientação livre a fase em que os alunos vão expandir os seus conhecimentos de uma forma aberta e por último a fase Integração em é feita uma conclusão do que foi aprendido (Matos & Serrazina, 1996).

A progressão dos alunos é determinada pela qualidade do ensino, pelo que o professor tem um papel primordial na definição de tarefas adequadas às aprendizagens dos alunos, de forma a que os mesmos possam progredir para níveis superiores de pensamento geométrico (Matos & Serrazina, 1996).

Importa sublinhar, que o ensino da Geometria tem sofrido alterações nos currículos da disciplina de Matemática, ao longo dos anos, quer ao nível dos temas matemáticos abordados bem como da sua integração ou não, noutras áreas da matemática, constantes desses mesmos currículos.

Antes do chamado movimento da Matemática Moderna, que remonta aos anos sessenta do século passado, o ensino da Geometria baseava-se nas construções geométricas e no estudo da Geometria Euclidiana, no plano e no espaço com uma abordagem formal e demonstrativa. Considerava-se que a Geometria “seria um campo ideal para os alunos aprenderem a demonstrar e também apreciar a Matemática como uma construção lógica perfeita” (Velo, 1998, p. 19). Era atribuída uma elevada ênfase à demonstração, aos axiomas e aos teoremas, na tentativa de levar os alunos a adquirir hábitos de raciocínio rigoroso.

A razão do surgimento do movimento da Matemática Moderna deveu-se à fraca preparação dos jovens que então chegavam à universidade o que motivou uma grande insatisfação dos matemáticos, bem como de professores de outras áreas de ensino das ciências.

Um dos principais líderes deste movimento, Jean Dieudonné (1906-1992), fundou no ano de 1934 em conjunto com outros matemáticos o grupo Boubarki. Este grupo refletia sobre a educação matemática e em relação ao ensino da Geometria assumiu uma atitude crítica dos conteúdos, práticas e objetivos.

Num seminário organizado pela OECE (Organisation Européenne de Cooperation Economique), em 1959, Dieudonné referiu que nas escolas secundárias, as noções fundamentais

de Geometria já não eram definidas de uma forma axiomática rigorosa, mostrou-se muito crítico relativamente aos métodos de ensino da Geometria.

Propôs assim que o ensino da Geometria fosse baseado em noções fundamentais que dominam e esclarecem todas as questões, em substituição das noções e resultados artificiais que, na maior parte das aplicações não têm nenhuma utilidade (Dieudonné, 1961).

Dieudonné defendeu uma reorganização da Matemática com recurso à utilização de estruturas, da Teoria dos Conjuntos e do método axiomático, articulando quatro áreas da Matemática, apresentadas, até então, de forma desconexa: Aritmética, Análise, Álgebra e Geometria (Esquincalha, 2012).

No movimento da Matemática Moderna foi determinante a influência da perspetiva formalista da Matemática, que se caracteriza pelo modo como se manuseiam os símbolos e não o seu significado, pode concluir-se que ao ganhar em rigor por um lado, perde-se na compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos.

De referir que a Geometria Sintética Euclidiana que em outros tempos era considerada como o único modelo de método dedutivo, de precisão e de raciocínio lógico no ensino secundário, nesta altura, viu-se relegada para o ciclo anterior, dando lugar à Geometria Analítica, que se adequava muito bem a exercícios de cálculo (Ponte & al., 1997).

Portugal participou no Movimento da Matemática Moderna, sendo que a iniciativa mais conhecida, teve lugar nos liceus, e foi protagonizada por José Sebastião e Silva (1914-1972) que redigiu manuais para os alunos e livros para os professores, dos 6º e 7º anos do curso liceal, correspondendo no presente aos 10º e 11º anos de escolaridade (Ponte, 2002).

O Compêndio de Matemática que este professor redigiu, dividiu-se em três volumes, contemplando as novas matérias que se pretendiam introduzir (Iniciação à Lógica, Teoria dos conjuntos, Estruturas Algébricas, Números Complexos, Probabilidades, Estatística, Cálculo Integral e Cálculo Numérico Aproximado), articulando-as com as matérias tradicionais (Iniciação à Análise Infinitesimal, Trigonometria, Cálculo Algébrico e Geometria Analítica) (Ponte, 2002).

Dos três volumes publicados por Sebastião e Silva, o volume I destinou-se ao 6º ano liceal, os volumes II e III destinaram-se ao 7º ano. Os temas tratados nestes dois volumes, foram Análise Infinitesimal no volume II e Álgebra e Geometria no volume III. O estudo da Geometria é introduzido através do cálculo vetorial, resultando um ensino da Geometria assente num modelo de axiomática, baseado na noção de espaço vetorial. Os conceitos de Geometria Euclidiana plana e espacial, são utilizados como ferramenta em exemplos e exercícios no estudo de outros conceitos apresentados e desenvolvidos nos volumes I e II (Ponte, 2002).

A expressão deste movimento no nosso país, resultou numa experiência nos anos sessenta, onde estiveram envolvidas turmas piloto do 6.º ano do curso complementar de ciências em três liceus do país, Lisboa, Coimbra e Porto. Esta experiência foi orientada pelo professor Sebastião e

Silva, mais tarde foi alargada a um número maior turmas do 3º ciclo – 6º e 7º anos -, culminando no início dos anos setenta com a generalização da reforma a todos os níveis de ensino (Ponte & al., 1997).

A Geometria reapareceu como tema relevante no ensino da Matemática em resultado da publicação em 1989, do documento Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics do NCTM, traduzido para português em 1991, com o título Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar.

Este documento reflete as novas tendências curriculares e propõe, no caso específico da Geometria, alterações aos programas tradicionais, no sentido de dar maior ênfase a aspetos como: - (1) integração da Geometria através de todos os temas, em todos os anos de escolaridade; - (2) exploração em computador de figuras bi e tridimensionais; - (3) estudo da Geometria no espaço; - (4) modelação e aplicação ao mundo real; - (5) estudo da Geometria através de abordagens por coordenadas e por transformações geométricas; - (6) desenvolvimento de curtas sequências de teoremas e (7) investigações conducentes a argumentos dedutivos expressos oralmente ou por escrito (NCTM, 1991).

Com a publicação das Adendas às Normas sobre Geometria, que preconizaram ideias e materiais, por forma a sustentar e facilitar a implementação das Normas, pois estas representavam uma abordagem inovadora do ensino da Geometria, daqui a importância das Adendas, como auxiliar para o trabalho dos professores.

2.3 Estudo da Geometria – Programas

Assistiu-se em Portugal no decurso do passado século XX, a um conjunto de reformas do Ensino, a que corresponderam consecutivos programas da disciplina de Matemática, sendo a primeira reforma datada de 1905, a que sucede uma nova reforma no ano de 1918 em que para a VI classe constavam os temas de Aritmética, Elementos de cálculo infinitesimal e Trigonometria, para a VII classe constavam os temas de Álgebra; Geometria Sintética e Cosmografia, no final desta secção são dadas indicações sobre os objetivos e metodologia para o ensino da Matemática, sobre o ensino da Geometria pode ler-se, “... o objetivo final do curso não é que o aluno saiba de cor uma grande massa de demonstrações mas sim que tenha de todos os pontos do programa os conhecimentos necessários para seguir com proveito os cursos superiores, e tais que lhe permitam sem desmesurado esforço, inventar uma demonstração para uma verdade fácil de reconhecer” (ME, 1918, p. 2033).

No período compreendido entre 1905 a 1947 ocorreram sete reformas, das quais registamos por ordem cronológica as datas de implementação destas reformas/reajustamentos: - Novembro de 1918; - Outubro de 1919; - Junho de 1921; - Outubro de 1926; - Janeiro de 1927; - Setembro de

1930; - Outubro de 1936 (Aires & Vásquez, 2004). Na reforma do ano de 1936 foi excluída a distinção entre curso geral e curso complementar, passando os dois anos terminais do ensino liceal a ser designados por 6º e 7º anos.

O ensino da Matemática nos anos 40 e 50 do século XX é marcado pela mecanização e memorização dos conteúdos dos programas da disciplina de Matemática. Num artigo de opinião, publicado no ano de 1943, Bento Jesus Caraça, referindo-se ao desempenho dos candidatos às provas de admissão à universidade, afirma que muitos deles manifestam “certos hábitos e vícios de raciocínio...altamente perniciosos”, destacando erros persistentes em questões de Matemática elementar como operações aritméticas e cálculo de áreas e volumes (Ponte, 2002). Ao longo destes anos 40 e 50, Bento Caraça desenvolveu uma prática de crítica aos objetivos e metodologias do ensino da Matemática, foram diversas as reflexões que publicou sobre os problemas do ensino da Matemática, nomeadamente em relação aos métodos de ensino, contextualizou a importância das novas tecnologias, contrariando a perspectiva de que o seu uso seria um promotor da preguiça mental. Sobre esta temática Bento Caraça escreveu no ano de 1942, citado em Ponte (2002, p. 4):

Duvidamos que as tábuas de logaritmos, como instrumento de trabalho, conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de aplicação da Matemática à vida corrente, a tábua de logaritmos está hoje de largo ultrapassada pela máquina de calcular (...)

No ano de 1940 o matemático Bento Caraça foi um dos fundadores da Sociedade Portuguesa de Matemática (S. P. M.), resultado do movimento iniciado anos antes em conjunto com António Aniceto Monteiro, Hugo Ribeiro, José da Silva Paulo e Manuel Zaluar Nunes. Bento Caraça foi coordenador da Seção Pedagógica da Gazeta de Matemática, publicação da SPM que iniciou a sua edição também no ano de 1940, tendo publicado diversos textos em que questionava o ensino tradicional da Matemática muito vinculado ao trabalho de memorização e mecanização. A Gazeta da Matemática publicou ao longo dos anos 40 diversos artigos de diferentes matemáticos sobre o ensino da Geometria, são exemplos o de Guerra (1943) e o de Castelnuovo (1947). O artigo de Guerra apresenta uma nova metodologia com base no ensino experimental da Geometria com recurso a materiais concretos, apresentando alguns exemplos realizados com os seus alunos. Por sua vez Castelnuovo no artigo intitulado “Um Método Ativo no Ensino da Geometria Intuitiva”, propõe um novo tipo de abordagem para o ensino da Geometria em que “substitui um método descritivo por um método construtivo com passagem do concreto ao abstrato, do complexo ao simples e, portanto, ordenação do curso segundo o desenvolvimento histórico” (Velo, 1998).

No ano de 1947 é promulgada a última reforma liceal dos primeiros cinquenta anos do século XX, esta reforma retoma o plano de estudos que havia sido alterado pela reforma de 1936, isto é, o curso geral dos liceus tem a duração de cinco anos e o curso complementar com a duração

de dois anos. Um ano mais tarde é aprovado o correspondente programa da disciplina de Matemática para todos os anos curriculares, programa que contempla os temas de Álgebra, Trigonometria e Aritmética racional para o 6º ano, Álgebra, Trigonometria e Geometria para o 7º ano. O tema de Geometria tem como referência a Introdução à Geometria Analítica plana, apresentando como conteúdos o estudo das coordenadas cartesianas e polares, das suas relações, distância de dois pontos, noção de lugar geométrico, equações cartesianas da reta e de diversos lugares geométricos como a circunferência, elipse, parábola e hipérbole. No final da seção dos temas da Matemática do curso complementar (atuais 10º e 11º anos) são referidas notas ao programa, que indica que no tema de Geometria “As coordenadas cartesianas referem-se apenas a eixos retangulares” (ME, 1948, p. 1166).

O ensino da Geometria até final dos anos 50 do século XX, era suportado pelas construções geométricas e no estudo da Geometria Euclidiana, no plano e no espaço, assumindo reiteradamente um caráter formal e demonstrativo. Considerava-se que a Geometria “seria um campo ideal para os alunos aprenderem a demonstrar e também a apreciar a Matemática como uma construção lógica perfeita” (Velo, 1998). O ensino da Matemática estava muito vinculado à demonstração, aos axiomas e aos teoremas, na tentativa de levar os alunos a adquirir hábitos de raciocínio rigoroso.

No final dos anos cinquenta, com o surgir do movimento da Matemática Moderna, os currículos de Matemática foram reformulados, tendo-se introduzido novas matérias e eliminado matérias tradicionais, para além de se ter introduzida uma nova abordagem da Matemática e uma nova linguagem pontuada pelo simbolismo da lógica e da Teoria dos Conjuntos (Ponte, 2002). Surgiram as Estruturas Algébricas, a Álgebra Linear e noções rudimentares de Estatística e de Teoria das Probabilidades. A Trigonometria passou a estar integrada na iniciação à Análise Infinitesimal e a sua abordagem deixou de ser geométrica para passar a ser algébrica e a Geometria Analítica praticamente desapareceu. Foi também introduzida uma nova abordagem da Matemática e uma nova linguagem pontuada pelo simbolismo da Lógica e da Teoria de Conjuntos (Ponte & al., p. 50). Este movimento pretendia proporcionar aos alunos uma melhor compreensão das ideias matemáticas e, ao mesmo tempo, melhorar as suas competências de cálculo. O formalismo e a ênfase em estruturas abstratas revelaram-se de difícil compreensão para os alunos e as suas competências na resolução de problemas, no raciocínio e no domínio do cálculo não mostravam os progressos desejados (Ponte & al., 1997). Como resposta a estes resultados, surgiu no início dos anos 70, um forte movimento de revolta contra o movimento da Matemática Moderna, primeiro nos Estados Unidos e depois noutros países, reclamava-se um regresso à ênfase nas competências básicas da Matemática, à necessidade de estabelecer níveis de competência mínima em exames para passagem de ano e para concessão do diploma de conclusão do ensino secundário (Ponte & al., 1997).

Em Portugal, somente a partir do início dos anos 70, é que se deu a generalização dos novos programas no espírito da Matemática Moderna em todos os níveis de ensino. Esta fase já não foi conduzida por Sebastião e Silva, após a sua morte o ensino da Matemática foi-se degradando, salientou-se o que era abstrato e formal e desvalorizou-se o que remetia para o desenvolvimento da intuição, base da compreensão das ideias matemáticas (Ponte, 2002).

A partir de uma análise da história do ensino da Matemática nos anos 70 e 80 em Portugal, Veloso (1998) concluiu que a generalização da chamada Matemática Moderna relegou a Geometria para um lugar muito secundário. Numa abordagem formal da Matemática, a Geometria tornou-se um “parente pobre” da Álgebra Linear, as atividades envolvendo construções geométricas foram consideradas matéria de outras disciplinas, como a Educação Visual, a “importância prática” da Geometria reduzia-se ao Teorema de Pitágoras e a algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes. Assim, os aspetos indutivos da Geometria que incluíam as capacidades de observação a visualização desempenham um papel menor no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Veloso, 1998, p. 3).

A Geometria durante os anos 70 e 80 e apesar dos programas terem sofrido algumas remodelações e reajustamentos, não é muito beneficiada com estas remodelações. Chegaram a ser propostos os aspetos intuitivos da Geometria e a predominância da Geometria no espaço, mas estas tentativas não chegaram a ter consequências nas alterações dos programas, nem nas salas de aula (Veloso, 1998). Assim no programa do 10.º ano do ensino secundário de 1983 para o tema de Geometria, propunha como tópico o estudo da Geometria Analítica plana tendo como conteúdos noções de trigonometria, vetores, produto interno de dois vetores, estudo da reta e da circunferência e domínios planos (ME, 1983).

A partir do ano de 1989 com a publicação das normas do NCTM, foram propostos um conjunto de objetivos para os alunos de Matemática que consubstanciam uma nova abordagem da disciplina: - Aprender a dar valor à Matemática; - Tornar-se confiante nas suas próprias capacidades; - Tornar-se apto a resolver problemas de Matemática; - Aprender a comunicar matematicamente; - Aprender a raciocinar matematicamente. Em relação ao ensino da Geometria são propostas alterações aos programas tradicionais de Matemática, com o objetivo de possibilitar uma nova abordagem da Geometria, para o que são destacados alguns aspetos a integrar nos novos programas: - Integração da Geometria através de todos os temas, em todos os anos de escolaridade; - Exploração em computador de figuras bidimensionais e tridimensionais; - Estudo da Geometria no espaço; - Modelação e aplicação ao mundo real; - Estudo da Geometria através de abordagens por coordenadas e por transformações geométricas; - Desenvolvimento de curtas sequências de teoremas; - Investigações conducentes a argumentos dedutivos expressos oralmente ou por escrito (NCTM, 1991).

Ainda sobre o ensino da Geometria o NCTM preconizou que os programas devem ter como orientação na abordagem do tema, considerar a Geometria Analítica como um tema isolado, a

Geometria Euclidiana como sistema axiomático completo e desenvolver o estudo da Geometria de um ponto de vista sintético (NCTM, 1991).

Toda uma dinâmica foi sendo construída em relação ao ensino da Geometria, a expressão desta dinâmica decorre da publicação de livros, novos materiais e software para o ensino da Geometria, diversos projetos e encontros fez com que a Geometria ocupe lugar de destaque nos currículos de Matemática (Veloso, 1998).

Com a publicação no ano de 1986 da Lei de Bases do Sistema Educativo, o sistema de ensino foi reorganizado, acolhendo as alterações de alguns segmentos do sistema, caso da integração do 12º ano no ensino secundário.

No ano de 1989 são publicados Novos Planos Curriculares, com uma reformulação geral de programas, para a disciplina de Matemática os novos programas foram publicados no ano de 1991, anteviam-se condições favoráveis para que a Geometria recuperasse o lugar de destaque no ensino de Matemática.

O novo programa de Matemática para o ensino secundário generalizado desde 1993, não teve a repercussão que se esperava, ao nível da Geometria não tendo privilegiado a utilização da Geometria para mostrar a Matemática na sua perspetiva hipotética e dedutiva. Este programa começou por ter uma aplicação experimental em algumas escolas antes da sua generalização a todas as escolas. No período de aplicação experimental do programa surgiram dificuldades de concretização, mesmo com o acréscimo da carga horária para a disciplina, estas dificuldades foram multiplicadas aquando da generalização do programa no ano de 1993. Esta situação conduziu a que no ano de 1995 fosse elaborado o Ajustamento do programa de Matemática de 1993, este trabalho foi desenvolvido por uma equipa técnica nomeada Ministério da Educação e coordenada pelo Professor Jaime Carvalho e Silva (DES, 1997).

A versão final do Programa Ajustado foi publicada em Janeiro do ano de 1997, começando a ser aplicado no ano letivo de 1997/1998 no 10º e sequencialmente nos anos seguintes ao 11º e 12º anos. Nos três primeiros anos os programas foram apoiados por um grupo de professores, designados por acompanhantes, o que permitiu suscitar uma reflexão entre os professores de Matemática (Silva, 2003).

Este programa contemplou algumas das novas perspetivas do ensino da Matemática, apontando como estratégias para apoio da atividade matemática dos alunos, nomeadamente: - Resolução de problemas; - Modelação Matemática e Tecnologia Matemática (DES, 1997). O programa assume a atribuição de uma posição de destaque ao ensino da Geometria, e lê-se que foi procurado um equilíbrio entre a Geometria por via intuitiva e a Geometria Analítica de modo a desenvolver tanto o raciocínio geométrico direto como a resolução de problemas de Geometria por via Algébrica, sem esquecer o desenvolvimento de capacidades de visualização (DES, 1997, p. 6). De referir que este programa de Matemática, relativamente ao programa do ano de 1993,

foi encurtado no número de temas, e supressão de alguns conteúdos de Geometria, nomeadamente Axiomas e Geometria Sintética (Silva, 2003).

Na sequência do trabalho desenvolvido pela comissão de acompanhamento, tendo por coordenador Jaime Carvalho e Silva é homologado em Fevereiro do ano de 2001 o atual programa de Matemática A, do 10.º ano, bastante semelhante ao Programa Ajustado de Matemática do ano de 1997.

O Programa de Matemática A (2001) contempla alterações que importa notar, aparece em primeiro lugar um módulo inicial, recomendado para ser lecionado nas três primeiras semanas de aulas do 10º ano, e que incluem conceitos prévios considerados essenciais e estruturantes a ser trabalhados com os alunos, pelo que devem ser propostos problemas para resolução pelos alunos (DES, 2001), outra alteração prende-se com a melhoria das indicações metodológicas do programa e por último a alteração que respeita à utilização regular das funções relativas a situações concretas (Silva, 2003).

No Módulo Inicial o Programa indica que “devem ser propostos aos alunos Problemas, que por sua vez devem integrar-se essencialmente nos temas Números, Geometria e Álgebra, para facilitar a implementação desta metodologia”, o mesmo programa apresenta exemplos de enunciados dos Problemas que deverão ser propostos aos alunos (DES, 2001, p. 23).

2.4 Ensino/Aprendizagem da Geometria

Na perspetiva de Ponte (2002, p.14),

o ensino da Matemática desenvolve-se em torno de um triângulo cujos vértices são a Matemática, o aluno e o professor, este triângulo não é estático nem existe no vazio, existindo num dado contexto social e institucional (a sociedade, a comunidade a que o aluno pertence com a sua cultura própria, a instituição escolar...) e tem a sua dinâmica associada aos objetivos curriculares visados pelo professor.

Analisando cada um dos elementos identificados relativos ao processo de ensino, Matemática, aluno e professor, verifica-se atualmente que em relação à Matemática são valorizados os aspetos visuais e intuitivos desta ciência e aceites as novas tecnologias em detrimento de uma perspetiva generalista, abstrata e formalista que foi defendida e aceite em períodos anteriores, por sua vez ao aluno é atribuído um papel fundamental na aprendizagem, do professor espera-se que possua um profundo conhecimento e domínio da Matemática que vai ensinar e de fazer despertar nos alunos o gosto por aprender a partir do conhecimento dos seus alunos (Ponte, 2002).

No ensino específico da Geometria podem ser destacadas três das vantagens, que contribuem para o desenvolvimento simultâneo nos alunos de diversas competências, a saber:

- 1) O conhecimento do mundo real;
- 2) O processamento e a interpretação visual;
- 3) O raciocínio lógico/dedutivo (Loureiro & al., 1997).

Neste contexto, verifica-se que a Geometria é por excelência um tema formativo, que permite ao aluno trabalhar simultaneamente com números, calculando ou relacionando áreas e volumes, trabalhar com proporções na semelhança de figuras ou trabalhar com expressões algébricas. De acordo com o programa de Matemática A (2001) o seu ensino:

Reveste-se da maior importância devendo desenvolver nos estudantes uma intuição geométrica e um raciocínio espacial, assim como capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a matemática, formular e resolver problemas abstratos ou numa perspetiva de modelação matemática (DES, 2001, p. 24).

O programa de Matemática A refere a importância de que os conhecimentos dos alunos sobre transformações geométricas devem ser tidos em consideração para serem utilizados e ampliados na resolução de Problemas, os problemas apresentados aos alunos devem permitir que possam ser resolvidos por vários processos (perspetiva sintética, geometria analítica, transformações geométricas, utilização de programas de Geometria Dinâmica, perspetiva vetorial) (DES, 2001, p. 24).

A aprendizagem da Geometria segundo Hoffer (1981) deve solicitar e desenvolver nos alunos a utilização de múltiplas capacidades, sendo a mais óbvia de todas a capacidade de visualização, uma outra capacidade é a de verbalização, que envolve a troca de ideias, o desenvolvimento de argumentos e a negociação de significados entre alunos e/ou entre estes e o professor. Uma terceira capacidade a desenvolver nos alunos é a de construir ou manipular objetos geométricos (Matos & Serrazina, 1996).

Para Abrantes & al. (1999, p. 53),

a Geometria fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo, à manipulação de materiais, torna-se, talvez mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, de igual forma a riqueza e variedade da geometria representam argumentos muito fortes para a sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática.

No ensino da Geometria trabalha-se no plano ou no espaço, com figuras planas ou com poliedros, por exemplo, podendo descobrir-se e explorar-se um grande número de propriedades e conexões (Abrantes & al., 1999).

Acresce que o estudo da Geometria possibilita também desenvolver a capacidade de organização lógica do pensamento matemático que integra capacidades como a intuição espacial, a descoberta de propriedades e de relações espaciais entre objetos. Pensa-se que o

desenvolvimento desta capacidade é um “processo gradual que se inicia com experiências concretas, passando por uma diferenciação dos objetos geométricos, passando ainda por uma organização local de propriedades que finalmente se globaliza num sistema axiomático” (Matos & Serrazina, 1996).

A abordagem no atual programa da disciplina de Matemática A, relativa ao tema de Geometria, inclui assuntos de geometria sintética e métrica, geometria analítica e vetorial e trigonometria com as competências de cálculo numérico a elas associadas (DES, 2001, p. 2).

No módulo inicial do Programa, pretende-se que os estudantes sejam colocados perante a resolução de problemas escolhidos que permitiram despistar dificuldades e deficiências na formação básica e acertar estratégias de remediação. A estratégia assente na resolução de problemas evita ainda que os estudantes sem dificuldades sejam desgastados em revisitações expositivas de assuntos que já dominam.

Ao nível dos objetivos e competências gerais o programa de Matemática A refere um conjunto de conhecimentos de Geometria no Plano e no Espaço que os alunos devem trabalhar e evidenciar:

- Resolver problemas usando modelos físicos e geométricos (de incidência, paralelismo e perpendicularidade, seções, áreas e volumes).
- Utilizar vetores em referencial ortonormado.
- Resolver problemas de trigonometria, incluindo o uso de generalizações das noções de ângulos, arcos e razões trigonométricas (DES, 2001).

A escolha dos temas do programa, foi feita tendo em conta os conteúdos presentes em anteriores programas e a preocupação de algum equilíbrio entre as principais áreas da Matemática:

- Cálculo Diferencial
- Geometria (no plano e no espaço)
- Funções e sucessões
- Probabilidades (com Análise Combinatória) e Estatística

Os temas clássicos de Análise, Álgebra e Geometria estão presentes nestes conteúdos, embora o segundo se encontre distribuído pelos outros temas. Esta classificação deve ser considerada de forma muito relativa, tendo-se sempre em atenção que, no corpo do programa, assumem importância significativa tanto técnicas específicas como estratégias que, constituindo uma base de apoio que os estudantes utilizam na sua atividade matemática independentemente do tema, atravessam o programa de forma transversal. Referimo-nos aos temas transversais Foi dada uma posição de destaque à Geometria e são dadas indicações que permitem que seja retomada em praticamente todos os outros temas do Programa. Nos temas de Geometria procura-se um equilíbrio entre a Geometria por via intuitiva e a Geometria Analítica, de modo a desenvolver

tanto o raciocínio geométrico direto como a resolução de problemas de geometria por via algébrica, sem esquecer o desenvolvimento de capacidades de visualização geométrica. Inicia-se o 10º ano com o estudo da Geometria no Plano e no Espaço, porque a Geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática, da Álgebra à Análise e à Estatística. É por isso que é tão importante, desde o início, trabalhar com a Geometria, tentando superar algumas (não todas necessariamente) eventuais dificuldades ou lacunas que os estudantes tenham.

Começar por este tema, permite o desenvolvimento de capacidades de visualização e representação através de figuras que tão necessárias são para o estudo de todos os outros temas. O professor deve aproveitar todas as ligações entre os temas em cada ano e de cada ano com os anos anteriores, por forma a que o estudante encare a Matemática como um todo integrado e não como um conjunto fragmentado em temas, ao mesmo tempo que possibilita a ampliação e consolidação de cada conceito, sempre que ele é retomado. Torna-se relevante o professor estabelecer conexões entre os temas de cada ano; o facto de se recomendar que sejam tratados em momentos separados não pode significar que, dado o primeiro ele seja esquecido e meramente substituído pelo segundo (DES, 2001).

No caso do 10º ano, os conteúdos referentes ao Tema Geometria - Geometria no Plano e no Espaço I, são:

- Resolução de problemas de Geometria no plano e no espaço;
- Geometria Analítica, o método cartesiano para estudar Geometria no plano e no espaço. (DES, 2001)

No ensino da Matemática, é de destacar a importância das atividades a selecionar, as quais deverão contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, levando o estudante a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e ainda para o reforço das atitudes de autonomia e de cooperação.

No ensino secundário, o estudante deverá ser solicitado frequentemente a justificar processos de resolução, a encadear raciocínios, a confirmar conjecturas, a demonstrar fórmulas e alguns teoremas. Alguns problemas de Geometria no Espaço podem ser excelentes oportunidades para praticar o raciocínio dedutivo. A realização de tarefas envolvendo conteúdos de Geometria ao fornecer estratégias importantes para a resolução de problemas como sejam desenhar uma figura ou fazer um esquema, permite melhorar não só a capacidade de resolução de problemas, mas também oferece, uma boa oportunidade para os alunos desenvolverem capacidades de desenhar, construir e manipular objetos geométricos (Abrantes & al., 1999; Matos & Serrazina, 1996).

Existem vários tipos de tarefas, tais como os exercícios que são tarefas mais acessíveis, cujo propósito é o de consolidação de conhecimentos, os problemas que envolvem um grau de

desafio mais elevado e as tarefas de exploração e as investigações que são tarefas de estrutura aberta. Ponte (2005) considera os quatro tipos de tarefas matemáticas referidos, atendendo a duas dimensões fundamentais, o grau de desafio matemático e o grau de estrutura da tarefa. O grau de desafio matemático relaciona-se com a perceção da dificuldade de uma questão e varia entre os polos de desafio reduzido e elevado e o grau de estrutura varia entre os polos fechado e aberto. Uma tarefa fechada, é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas (pp. 16-17).

Assim, e de acordo com o autor, os exercícios e os problemas são tarefas fechadas, distinguindo-se pelo grau de desafio, sendo os exercícios tarefas de desafio reduzido e os problemas tarefas de desafio elevado. Em contrapartida as tarefas de exploração e as investigações são tarefas abertas, tendo as investigações um grau de desafio mais elevado em relação às tarefas de exploração.

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA

3.1 Metodologia qualitativa

A investigação qualitativa, surgiu no final do séc XIX e início do séc XX, segundo Bodgan & Bilken (1994), atingindo o seu apogeu nas décadas de 1960 e 1970, altura em que foram realizados novos estudos e da sua divulgação, contribuiu para que nos últimos vinte anos, ocorresse uma generalização de abordagens de natureza qualitativa na investigação em Educação. Estes autores preconizam cinco aspetos para caracterizar a investigação qualitativa:

- 1) A fonte dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses dados;
- 2) Os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo;
- 3) Os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que pelos resultados;
- 4) A análise dos dados é feita de forma indutiva;
- 5) O investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências (Bodgan & Bilken, 1994, p. 47).

A investigação qualitativa privilegia o uso de metodologias que possam criar dados descritivos, possibilitando observar o modo de pensar dos participantes na investigação, pelo contrário a investigação quantitativa que recorre à utilização de dados de natureza numérica que lhe permitem provar relações entre variáveis. A metodologia utilizada neste estudo de educação foi do tipo qualitativo, pois que não existiu uma intenção de quantificar resultados da atividade desenvolvida pelos alunos, mas sim estabelecer uma descrição do reforço de aprendizagens dos alunos no estudo do tema de Geometria.

No presente estudo, foi desenvolvido um trabalho de investigação com recolha de dados, num grupo de estudo da turma que acompanhei no estágio pedagógico.

3.2 Estudo de caso

A caracterização do estudo de caso tem vindo a ser motivo de reflexão por parte de diversos autores ao longo das últimas décadas, na descrição de Bensabat “é considerado como a análise de um fenómeno no seu ambiente natural, empregando múltiplos métodos de recolha de dados para albergar informação de uma ou de várias entidades (pessoas, grupos, ou organizações). Os limites do fenómeno não são claramente evidentes no início da investigação e não é utilizado nenhum controlo experimental ou manipulação” (Bensabat & al., 1987, p. 370). Estes autores identificaram um conjunto de características que um estudo de caso deve possuir:

1. O fenómeno é examinado no seu ambiente natural.
2. Os dados são recolhidos através de diversos meios.
3. Uma ou poucas entidades são examinadas (pessoa, grupo ou organização).
4. A complexidade da unidade é estudada intensivamente.
5. Os estudos de caso são mais aconselhados para a exploração, a classificação e nos diversos passos de desenvolvimento de hipóteses associados ao processo de construção do conhecimento; o pesquisador deve ter uma atitude recetiva para a exploração.
6. Não há envolvimento de nenhum controle experimental ou manipulação.
7. O investigador poderá não especificar previamente o conjunto de variáveis independentes e dependentes.
8. Os resultados obtidos dependem muito do poder de integração do investigador.
9. Podem ocorrer mudanças na escolha do local e nos métodos de recolha de dados quando o investigador desenvolve novas hipóteses.
10. O estudo de caso é útil no estudo das questões “porquê” e “como” porque lidam com ligações operacionais para ser seguidas ao longo do tempo em vez de por frequência ou incidência.
11. O foco está nos acontecimentos atuais. (Bensabat & al., 1987, p. 371)

Por sua vez Ponte considera que:

Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês” evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularista, isto é, debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico (Ponte, 2006, p. 2).

Para Merriam,

o estudo de caso qualitativo caracteriza-se pelo seu carácter descritivo, indutivo, particular e a sua natureza heurística pode levar à compreensão do próprio estudo, considerando ainda ser o estudo de caso um estudo sobre um fenómeno específico tal como um programa, um acontecimento, uma pessoa, um processo, uma instituição ou um grupo social (Merriam, 1998, p. 12).

Relativamente à utilização do estudo de caso qualitativo, Yin (1994) refere que esta abordagem se adapta à investigação em educação, quando o investigador é confrontado com situações complexas, de tal forma que dificulta a identificação das variáveis consideradas importantes, quando o investigador procura respostas para o “como?” e o “porquê?”, quando o investigador

procura encontrar interações entre fatores relevantes próprios dessa entidade, quando o objetivo é descrever ou analisar o fenómeno, a que se acede diretamente, de uma forma profunda e global, e quando o investigador pretende apreender a dinâmica do fenómeno, do programa ou do processo. Nestes pressupostos, Yin define “estudo de caso” com base nas características do fenómeno em estudo e com base num conjunto de características associadas ao processo de recolha de dados e às estratégias de análise dos mesmos. Segundo o mesmo autor, um estudo de caso é uma investigação que se baseia principalmente no trabalho de campo, estudando uma pessoa, um programa ou uma instituição na sua realidade, utilizando para isso, entrevistas, observações, documentos, questionários e artefactos. Trata-se de uma investigação de natureza empírica, com uma base muito forte em trabalho de campo análise documental (Yin, 1994).

Sobre a questão da utilização ou não deste tipo de metodologia, Ponte (1991) considera que os estudos de caso se usam para compreender melhor a particularidade de uma dada situação ou um fenómeno em estudo. Como principais vantagens deste tipo de investigação temos o método ideal para caracterizar e aprender acerca de um indivíduo em particular, e também outra vantagem muito importante nos estudos de caso é o facto de o investigador poder, a qualquer momento da investigação, alterar os métodos da recolha de dados e estruturar novas questões de investigação (Ponte, 1994).

Relativamente à análise de dados de um estudo de caso, Tesch (1990) considerou que podem ser de três tipos: (a) a interpretativa que visa analisar ao pormenor todos os dados recolhidos com a finalidade de organizá-los e classificá-los em categorias que possam explorar e explicar o fenómeno em estudo; (b) a estrutural, que analisa dados com a finalidade de se encontrar padrões que possam clarificar e/ou explicar a situação em estudo; e (c) a reflexiva que visa, na sua essência, interpretar ou avaliar o fenómeno a ser estudado, quase sempre por julgamento ou intuição do investigador.

Para Yin (1994) o objetivo do estudo de caso é explorar, descrever ou explicar, por sua vez Ponte (1994) considera que o objetivo do estudo de caso é descrever e analisar, a estes dois objetivos Merriam (1998) acrescenta um terceiro objetivo, avaliar. Relativamente à universalização das conclusões e resultados de um estudo de caso, é necessário salientar que esta metodologia de investigação não tem o propósito de generalizar os resultados obtidos mas sim de conhecer profundamente casos concretos e particulares (Merriam, 1988; e Yin, 1994).

3.3 Recolha e análise de dados

São de considerar, três momentos fundamentais durante a fase de análise de dados, na perspetiva de Wolcott citado por Vale: descrição, análise e interpretação. A autora associa a descrição à escrita de textos resultantes dos dados originais registados pelo investigador, a análise ao processo de organização de dados, onde se devem salientar os aspetos essenciais e

identificar fatores chave e a interpretação no que respeita ao processo de obtenção de significados e relações a partir dos dados obtidos (Vale, 2004).

Na mesma ordem de ideias, Miles e Huberman (citados por Vale, 2004) propõem um modelo de análise na investigação qualitativa que consiste em três momentos: a redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificação. A redução dos dados diz respeito ao processo de selecionar, simplificar e organizar todos os dados obtidos, durante a investigação. A apresentação dos dados refere-se ao momento em que a informação é organizada e compactada para assim o investigador poder ver rápida e eficazmente o que se passa no estudo. O terceiro e último momento corresponde à extração de conclusões de toda a informação recolhida, organizada e compactada, que está dependente da quantidade de notas tiradas, dos métodos usados e, principalmente, da experiência do investigador neste campo.

Tomando como referência os três momentos referidos por Vale (2004) e, adequando-os ao presente estudo de investigação, podemos referir que a descrição corresponde à escrita de quadros resumo da atividade das alunas, a análise correspondeu ao resumo do desempenho das alunas e identificação de eventuais dificuldades na realização das tarefas, a interpretação dos resultados será obtida através de resumos finais baseados na análise dos dados.

São utilizadas múltiplas fontes de evidência ou dados por permitirem por um lado, assegurar as diferentes perspetivas dos participantes no estudo e por outro, obter várias “medidas” do mesmo fenómeno, criando condições para uma triangulação dos dados, durante a fase de análise dos mesmos. Ainda sobre a utilização de múltiplas fontes de dados na construção de um estudo de caso e segundo Yin (1994), estas permitem-nos considerar um conjunto mais diversificado de tópicos de análise e em simultâneo permite corroborar o mesmo fenómeno, de entre as diferentes fontes de dados, encontramos o diário de bordo referido por Yin (1994), atividades de observação e respetivas notas de campo, documentos, entrevistas e relatórios.

A entrevista adquire bastante importância no estudo de caso, pois através dela o investigador percebe a forma como os sujeitos interpretam as suas vivências já que ela “é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134).

Na presente investigação, a análise de dados foi realizada a partir das propostas de resolução das alunas participantes, no início da investigação foram distribuídas duas fichas de tarefas sobre Geometria. As alunas trabalharam de forma autónoma, com recurso aos diversos materiais de que disponham – caderno de apontamentos, manuais e outros –, após o que apresentaram as respetivas propostas de resolução, que foram posteriormente analisadas pelo investigador após o que se seguiu uma análise individual das atividades das alunas.

O investigador na análise de dados, procedeu de forma cuidada e mais do que uma vez analisou os documentos relativos às resoluções das fichas de tarefas de revisão por parte das alunas.

O material recolhido ao longo da investigação foi digitalizado e posteriormente impresso e organizado num dossiê que foi submetido a uma análise pormenorizada em momento anterior ao da entrevista individual com as alunas do grupo em estudo.

3.4 Participantes na investigação

O grupo de estudo é constituído por sete alunas da turma do 10º ano, que se voluntariaram para participar no projeto, que foi apresentado na aula da disciplina de Matemática.

O trabalho de investigação, propõe-se analisar a evolução da aprendizagem pelos alunos no tema de Geometria, ao longo do 2.º período e início do 3.º período.

Os conteúdos de Geometria foram lecionados no 1.º período e início do 2.º período, mas serão avaliados em questões autónomas nas diversas fichas – sumativas e formativas – do 2.º e 3.º períodos.

Com este estudo pretendeu-se, assim, compreender como é que os alunos de uma turma do 10.º ano de escolaridade, trabalhando de forma autónoma na realização de tarefas de revisão de conteúdos, desenvolvem a capacidade de comunicação matemática e superam dificuldades na aprendizagem da Geometria.

Durante a recolha e análise de dados, teve-se sempre presente as questões de investigação, às quais se procurou dar resposta: 1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos e como evoluem, ao longo da realização das tarefas no âmbito da Geometria? ; 2. Quais os contributos da realização de tarefas para o reforço do estudo no tema da geometria? ; 3. Qual a vantagem da realização de tarefas, em contexto de atividade extra sala de aula, na melhoria do desempenho dos alunos menos participativos em sala de aula?

Procurou dar-se resposta a cada uma delas a partir das fichas de trabalho propostas aos alunos neste projeto de investigação e que passou por fazer uma análise profunda das diferentes resoluções e de uma reflexão sobre os raciocínios de cada aluna.

No início do estudo, foi feita uma análise do conteúdo dos questionários de caracterização das alunas, com o objetivo de caracterizar e melhor conhecer o grupo em estudo ao nível dos seus hábitos, características pessoais e perspetivas académicas/profissionais. Este questionário foi aplicado a todos os alunos da turma no início do 2º período, para permitir a respetiva caracterização. Por forma a salvaguardar privacidade das alunas, as mesmas não são identificadas nesta investigação pelos seus nomes próprios, sendo que os nomes apresentados são fictícios.

A Leonor frequentou o 9º ano numa escola privada do concelho de Almada, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa sendo persistente no estudo, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem o Inglês como disciplina preferida, sentindo dificuldades nas disciplinas de Matemática e Físico-Química.

Habita em Almada e gasta 15-20 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação tem o 12º ano, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao curso de medicina.

A Luísa frequentou o 9º ano numa escola pública de Corroios, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa e ao nível do estudo desenvolve um trabalho regular de acompanhamento dos conteúdos lecionados, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem a disciplina de Matemática como preferida, sentindo dificuldades na disciplina de Físico-Química. Habita no Laranjeiro e gasta 10 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação possui o 9º ano de escolaridade, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior mas ainda não decidiu o curso.

A Matilde frequentou o 9º ano na escola António Gedeão, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa e ao nível do estudo desenvolve um trabalho regular de acompanhamento dos conteúdos lecionados, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem a Filosofia e o Inglês como disciplinas preferidas, sentindo dificuldades nas disciplinas de Matemática e Físico-Química. Habita na Cova da Piedade e gasta 15-20 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação possui formação universitária, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior em curso da área da psicologia.

A Maria frequentou o 9º ano na escola António Gedeão, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos e ao nível do estudo desenvolve um trabalho regular de acompanhamento dos conteúdos lecionados, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem a Biologia como disciplina preferida, sentindo dificuldades nas disciplinas de Matemática e Físico-Química. Habita na Cova da Piedade e gasta 15-20 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação possui o 6º ano de escolaridade, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior.

A Mafalda frequentou o 9º ano na escola António Gedeão, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa e ao nível do estudo desenvolve um trabalho regular de acompanhamento dos conteúdos lecionados sendo persistente no estudo, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem o Português e Educação Física como disciplinas preferidas, sentindo dificuldades nas disciplinas de Matemática e Físico-Química. Habita no Laranjeiro e gasta 15 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação tem o 12º ano, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior.

A Marisa frequentou o 9º ano na escola António Gedeão, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa e ao nível do estudo desenvolve um acompanhamento irregular dos conteúdos lecionados, revela dificuldades em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem a Biologia como disciplina preferida, sentindo dificuldades nas

disciplinas de Matemática e Físico-Química Habita em Almada e gasta 10 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação tem o 12º ano, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior.

A Rita frequentou o 3.º ciclo do ensino básico na escola António Gedeão, aluna atenta nas aulas, interessada nas matérias da disciplina, realiza os trabalhos de casa sendo persistente no estudo, revela facilidade em resolver questões abertas, do tipo problemas. Tem a Matemática e Educação Física como disciplina preferida, sentindo dificuldades na disciplina de Inglês. Habita no Laranjeiro e gasta 10 minutos no trajeto casa-escola, o encarregado de educação tem o 12º ano, a aluna tem como objetivo candidatar-se ao ensino superior na área da Biologia.

As sete alunas referidas possuem computador e ligação à internet em casa que utilizam para o estudo e a pesquisa sobre as diversas matérias das diferentes disciplinas, nomeadamente através da plataforma Moodle e contactos com os colegas através do mail e das redes sociais. No 9º ano a nota final da maioria das alunas na disciplina de Matemática foi de nível três com exceção das alunas Leonor, Luísa e Rita que foi de nível quatro.

A avaliação final das alunas do grupo de estudo, no 1.º período, constam do quadro 1.1, neste período foi lecionado o tema de Geometria.

Nome da aluna	Avaliação 1º período
Luísa	10
Leonor	10
Matilde	10
Maria	8
Mafalda	6
Marisa	7
Rita	18

Quadro 3.4.1: Avaliação 1.º período na disciplina de Matemática

Das avaliações obtidas no final do 1.º período pelas alunas do grupo da investigação, com exceção da Rita, verificou-se a necessidade das alunas de melhorarem e reforçarem os métodos de estudo na disciplina de Matemática, em particular no tema de Geometria, quer pelas conexões que a Geometria tem com outros temas Matemáticos quer por ser um tema que será avaliado em todos os testes da disciplina até ao final do ano letivo.

Recorrendo à representação gráfica, são comparados os pesos das questões de Geometria com as questões sobre Funções nos 3.º, 4.º e 5.º testes, de onde facilmente se concluiu da importância do tema na aprendizagem/ensino da Matemática e consequentemente do seu peso na avaliação

continua ao longo do ano letivo para os alunos do 10º ano da escola e consequentemente da turma em estudo.

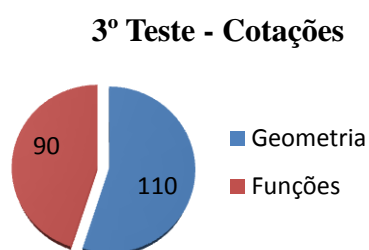


Figura 3.4.1: Cotação em pontos por tema no 3º teste

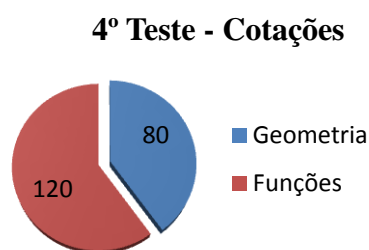


Figura 3.4.2: Cotação em pontos por tema no 4º teste

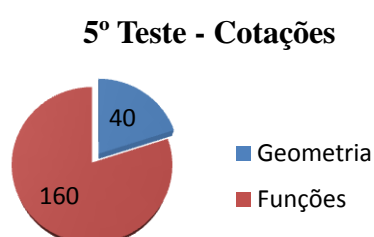


Figura 3.4.3: Cotação em pontos por tema no 5º teste

CAPÍTULO 4 - Análise de dados

Após a conclusão das propostas pedagógicas, com a resolução pelas alunas das fichas de trabalho de revisão de aprendizagens, iniciou-se o trabalho de análise e reflexão sobre a atividade desenvolvida pelas alunas que culminou com as entrevistas individuais norteadas por cada uma das fichas. As entrevistas constituíram momentos relevantes no processo da investigação, possibilitando uma análise muito objetiva do desempenho das alunas em face dos exercícios propostos.

São apresentadas as duas fichas realizadas, que constam nos anexos, para cada uma das fichas são apresentadas resoluções das alunas e descritas algumas das partes das entrevistas, relativamente à sua atividade.

4.1 Análise das propostas de resolução apresentadas pelas alunas para a Ficha 1 de Trabalho de Geometria

Na 1ª ficha de trabalho são propostos quatro exercícios que contemplam conteúdos diversos do tema de Geometria:

- 1) O primeiro exercício tem como objetivo que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos no estudo da geometria, nomeadamente: A1) representação de secções; A2) determinação de volumes de sólidos geométricos; A3) coordenadas de pontos no espaço; A4) sintetizar condições relativas a pontos no espaço.

A tarefa será desenvolvida tendo como base a observação de uma pirâmide quadrangular, representada num referencial o.m. $Oxyz$. Da atividade dos alunos serão obtidos ternos de coordenadas de pontos do espaço, a área da secção produzida e o volume do sólido truncado.

- 1.1 Escreve as coordenadas dos vértices V, B, C, e D da pirâmide.
- 1.2 Escreve as coordenadas do ponto E.
- 1.3 Determina o volume da pirâmide.
- 1.4 Determina a área de secção produzida na pirâmide pelo plano de equação $z = 1,5$.
- 1.5 Escreve a condição que define a circunferência inscrita na base da pirâmide.

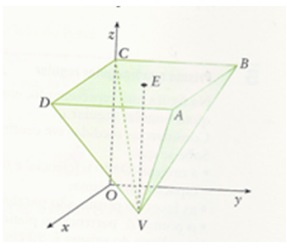


Figura 4.1 : Exercício 1 – Ficha 1

Feita a análise das respostas das alunas, verifica-se que à exceção das alunas Leonor e Maria, todas as restantes apresentaram propostas de resolução corretas para as questões 1.1 e 1.2.

A aluna Leonor, em relação ao ponto “V” identificou corretamente a cota do ponto, mas o mesmo não aconteceu em relação à abcissa e ordenada, apesar dos cálculos que efetuou não determinou de forma correta esses valores (figura 4.2). Na entrevista, a aluna explicou que

determinou o comprimento da diagonal da base da pirâmide para determinar a meia distância correspondente ao ponto “E” dessa base, situando-se o ponto “V” na vertical de “E”, teria a abcissa e ordenada de “E” para as quais apresentou os cálculos revelando que não distingue de forma clara a diferença entre comprimento de segmento e coordenadas de pontos. Foi explicado à aluna que os valores das abcissas e ordenadas são determinados a partir das projeções dos pontos por exemplo no plano xOy e para as cotas por exemplo no plano zOy , a partir dos pontos obtidos e segundo linhas perpendiculares aos eixos respetivos lê-se o valor da coordenada, medindo a distância da intersecção à origem dos eixos do referencial. Após esta explicitação é que a aluna evidenciou compreensão na determinação das coordenadas, realizando a leitura das coordenadas do ponto “V” de forma correta.

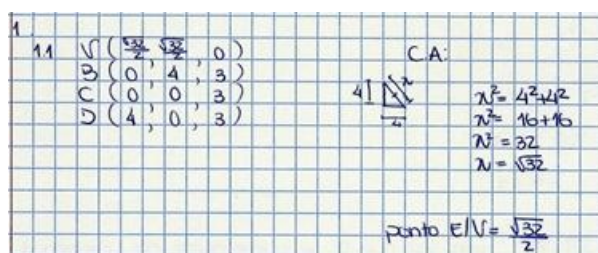


Figura 4.2 : Resolução da Leonor para a alínea 1.1

Na questão 1.2 a Leonor manteve o mesmo raciocínio, apesar da coerência, resultou numa resposta incorreta (figura 4.3).



Figura 4.3 : Resolução da Leonor para a alínea 1.2

Para esta questão a aluna Maria, na alínea 1.1 não identificou corretamente as coordenadas do vértice “V” da pirâmide, mas na alínea 1.2 calculou corretamente as coordenadas do ponto “E” situado na vertical de “V”. Na entrevista a Maria quando questionada sobre a forma como calculou as coordenadas do ponto “V”, verificou de imediato que estavam incorretas pois que o ponto “V” está a meia distância da abcissa do ponto “A” e da ordenada do ponto “B”. A Maria revela uma boa visualização das projeções no espaço, no caso do ponto “V” terá ocorrido uma leitura precipitada das coordenadas (figura 4.4), visualizou corretamente o ponto “V” no plano xOy , ao qual atribuiu cota nula.

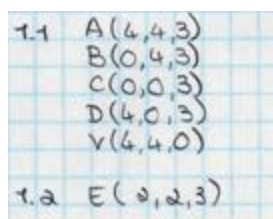


Figura 4.4 : Resolução da Maria para as alíneas 1.1 e 1.2

Apresentam-se, respetivamente as propostas das alunas Luísa e Rita que estão corretas. Estas alunas (e todas as outras que apresentaram propostas corretas) parecem demonstrar uma boa compreensão das representações de pontos no plano e no espaço, fazendo as projeções e leitura das coordenadas de forma correta (figuras 4.5 e 4.6).

1.1. $V(2,2,0)$ $C(0,0,3)$
 $B(0,4,3)$ $D(4,0,3)$

1.2. $E = \frac{2+0}{2} ; \frac{2+4+0}{2} ; \frac{0+3+3}{2}$
 $E(1,2,2)$

Figura 4.5 : Resolução da Luísa para as alíneas 1.1e 1.2

1.1. $V(2,2,0)$
 $B(0,4,3)$
 $C(0,0,3)$
 $D(4,0,3)$

1.2. $E(2,2,3)$

Figura 4.6 : Resolução da Rita para as alíneas 1.1e 1.2

Em relação à questão 1.3 todas as alunas apresentaram respostas corretas. Apresentam-se as propostas de resolução das alunas Leonor e Rita. A aluna Rita não apresenta unidades na sua proposta de resolução, na ficha não são indicadas unidades, mas a aluna deveria fazer referência a unidade de volume como fez a colega Leonor (figuras 4.7 e 4.8), atendendo à escala da figura.

1.3 $V_{piramide} = \frac{Ab \times h}{3} \Rightarrow V = \frac{16 \times 3}{3} \Rightarrow V = 16 \text{ cm}^3$

CA:
 $Ab = 4^2$
 $= 16$
 $h = 3$

Figura 4.7 : Resolução da Leonor para a alínea 1.3

1.3. $V = \frac{1}{3} Ab \times h$

$Ab = L \times L = 2^2 = 4^2 = 16$

$h = 3$

$V = \frac{1}{3} \times 16 \times 3 \Rightarrow V = 16$

Figura 4.8 : Resolução da Rita para a alínea 1.3

Da análise das propostas de resolução verifica-se que as alunas dominam os cálculos que envolvem fórmulas em casos simples, mobilizando no geral as unidades adequadas em cada caso.

Na questão 1.4 verificou-se que o grau de desempenho das alunas foi menor. A aluna Mafalda não apresentou qualquer registo escrito. Na entrevista mostrou não ter conhecimentos para

resolver a questão, concordou que se tivesse recorrido a um desenho do plano de seccionamento, poderia ter sido um ponto de partida para estabelecer raciocínios sobre a tarefa.

A aluna Matilde apresentou o desenho da secção produzida na pirâmide (figura 4.9) pelo plano de corte, mas não apresentou qualquer cálculo para determinar as coordenadas dos pontos de interseção da seção desenhada, de cota 1,5 com a pirâmide.

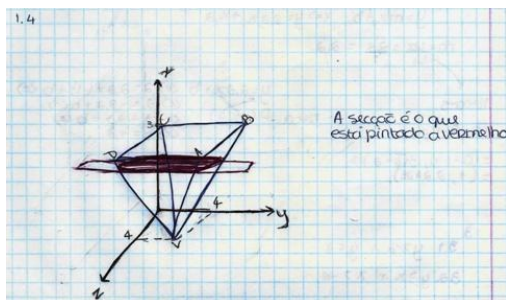


Figura 4.9 : Resolução da Matilde para a alínea 1.4

Na entrevista, quando questionada acerca da razão de não ter concretizado os cálculos, a Matilde referiu que da leitura que fez do enunciado, entendeu que só era pedida a representação da área da seção produzida na pirâmide pelo plano de equação $z = 1,5$. Foi pedido à Matilde que lesse atentamente o enunciado do exercício, após o que verificou que tinha de ter efetuado cálculos para determinar a área da seção.

Questionada como calcularia a área representada, a Matilde voltou a analisar a representação que desenhou, deduziu que o lado do quadrado da seção seria 2 cm e calculou de seguida a área do quadrado. Como não efetuou cálculos que justificassem a medida do lado do quadrado da seção, questionei a Matilde, ao que ela respondeu que calculou mentalmente o valor de 2 cm e que este valor correspondia a metade do lado da base da pirâmide. Ela considerou que sendo pedida a área da seção relativa a metade da altura da pirâmide, o lado da base também se reduziria a metade e não sentiu necessidade de justificar analiticamente o raciocínio apresentado.

A Matilde revelou facilidade de visualização do plano de seccionamento da pirâmide, apresenta domínio na representação do exercício em desenho, mentalmente efetua cálculos simples de proporcionalidade, revelou dificuldade de justificar os seus raciocínios algebricamente.

Para esta mesma alínea, a Marisa recorreu à proporcionalidade (figura 4.10), os cálculos que efetuou conduziram a uma resposta correta. A Marisa não representou um desenho da seção da pirâmide que justificasse a proporcionalidade que utilizou. Quando questionada na entrevista sobre qual a seção que utilizou, a Marisa indicou o triângulo retângulo $EE'V$, com $E'V$ correspondente a um apótema da pirâmide (figura 4.1, tendo posteriormente aplicado na sua

resolução o teorema de Thales. A Marisa calculou a área da secção pretendida, não apresentou a unidade de área correspondente.

$$\frac{3}{1.5} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{1.5 \times 2}{3} = 1$$

$$A_{\text{quadrado}} = 2 \times 2 = 4 \checkmark$$

Figura 4.10 : Resolução da Marisa para a alínea 1.4.

A Marisa apresenta as propostas de resolução dos exercícios propostos, essencialmente de forma algébrica, na entrevista desenhou na figura do enunciado o triângulo correspondente ao seu raciocínio.

A Rita apresentou para esta questão, uma proposta de resolução (figura 4.11) em que calculou um apótema da pirâmide com aplicação do teorema de Pitágoras e com uma segunda aplicação do teorema, a medida da distância do centro da secção obtida à aresta do quadrado obtido. A Rita revelou domínio em termos espaciais e geométricos da tarefa. Facilmente se identifica na sua atividade a sequência dos passos e os raciocínios desenvolvidos, no entanto, não identificou a resolução mais expedita que seria a aplicação do teorema de Thales. No resultado final não considerou o dobro da distância obtida que corresponde à aresta da secção obtida, o que lhe teria permitido calcular corretamente a área da secção.

A Rita demonstrou uma boa capacidade de visualização no espaço e elaborou desenhos de acordo com os raciocínios que aplicou para resolução do exercício.

1.4. Se a altura da pirâmide atual é 3, 1.5 é igual a $\frac{3}{2}$, então

(1) $h=3$

(2) $\frac{ap1}{2} = \frac{ap2}{2}$

(3) $A = L^2$

(4) $A = 1^2$

$A = 1 \rightarrow \text{Resposta.}$

Figura 4.11 : Resolução da Rita para a alínea 1.4

A aluna Leonor reduziu a sua resolução à aplicação de uma proporcionalidade direta, correspondência entre cotas e áreas, o que não é aplicável por se tratar de medidas diferentes.

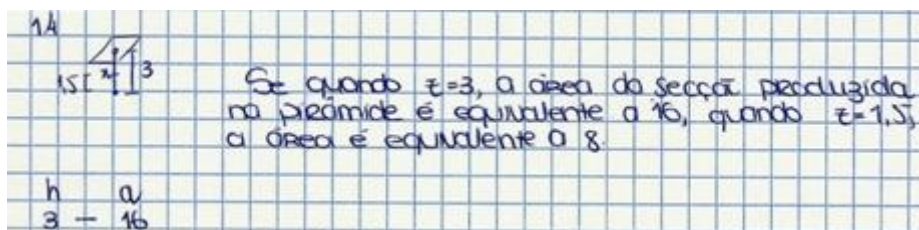


Figura 4.12 : Resolução da Leonor para a alínea 1.4

Para a questão 1.5, as alunas Mafalda e Marisa não apresentaram atividade relevante, as restantes alunas apresentaram como resolução uma superfície esférica com centro na base da pirâmide e tangente às arestas da referida base (como exemplo apresentado na figura 4.13), o que não corresponde à questão apresentada.

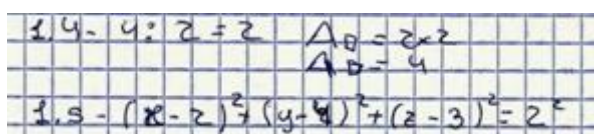


Figura 4.13 : Resolução da Luísa para as alíneas 1.4 e 1.5

A aluna Leonor também considerou uma esfera em vez da circunferência pedida, apresentando como resolução a equação da esfera (figura 4.14).

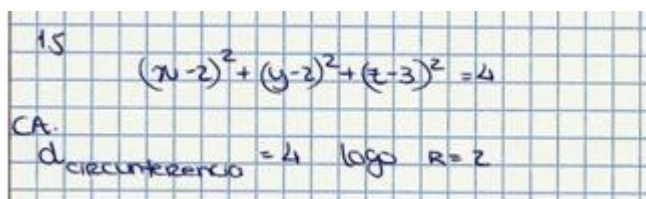


Figura 4.14 : Resolução da Leonor para a alínea 1.5

O grupo das cinco alunas que apresentaram como resolução a equação de uma superfície esférica, explicaram na entrevista individual quando questionadas sobre a razão desta opção que tratando-se de uma questão apresentada no espaço, $Oxyz$, o seu raciocínio orientou-se em termos de apresentar uma equação com as três coordenadas. Na entrevista individual foi pedido às alunas que lessem de novo o enunciado da questão, foram unânimes em considerar que o pedido era da equação da circunferência de centro no ponto O de coordenadas $(2,2)$ e obedecendo à condição $z = 3$. Deveriam assim ter obtido a condição $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4 \wedge z = 3$. No decorrer da entrevista, foi dada orientação e todas as alunas determinaram a condição correta. As alunas associam a circunferência ao estudo no plano e a esfera ao estudo no espaço, observando uma figura numa representação espacial, raciocinaram em termos de espaço e foi esta a razão de representarem a equação de uma esfera, tendo como plano de simetria a base da pirâmide.

- 2) O segundo exercício tem como objetivo a aplicação de conhecimentos adquiridos no estudo da geometria, nomeadamente: B1) Coordenadas de pontos no plano; B2) Identificar coordenadas de pontos simétricos; B3) Equações de retas no plano.

Considera num referencial o.m. xOy , os pontos P, Q e R de coordenadas:

$P(-1, 2)$, $R(0, 3\sqrt{2})$ e $Q(\frac{1}{2}, -3)$. Seja M o ponto médio de [PQ]: Determina:

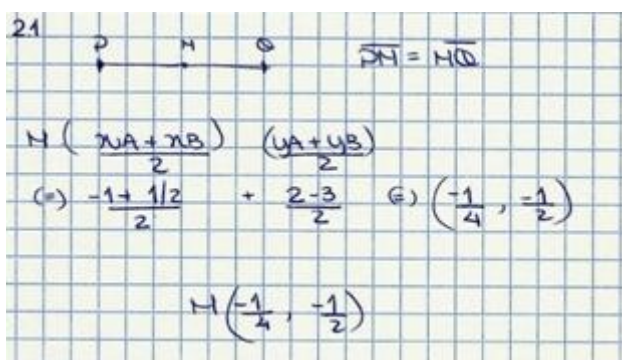
2.1 As coordenadas do ponto M.

2.2 As coordenadas do ponto R', simétrico do ponto R, relativamente ao eixo Ox.

2.3 A equação reduzida da reta PR.

Figura 4.15 : Exercício 2 – Ficha 1

As alunas não tiveram dificuldade na resolução das alíneas 2.1 e 2.2 deste exercício, o que revela que estes conceitos parecem estar bem interiorizados. Apresentam-se, nas figuras 4.16 e 4.17, as propostas de resolução das alunas Leonor e Mafalda para a alínea 2.1. e na figura 4.18 a proposta de resolução da Leonor para a alínea 2.2.

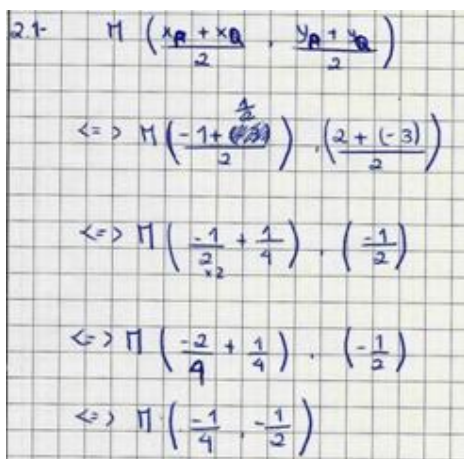


2.1

$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

$\Leftrightarrow M = \left(\frac{-1 + \frac{1}{2}}{2}, \frac{2 + (-3)}{2} \right) = \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2} \right)$

Figura 4.16 : Resolução da Leonor para a alínea 2.1



2.1

$M = \left(\frac{x_P + x_Q}{2}, \frac{y_P + y_Q}{2} \right)$

$\Leftrightarrow M = \left(\frac{-1 + \frac{1}{2}}{2}, \frac{2 + (-3)}{2} \right)$

$\Leftrightarrow M = \left(\frac{-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{2}, \frac{-1}{2} \right)$

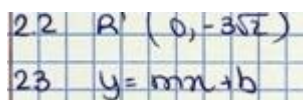
$\Leftrightarrow M = \left(\frac{-\frac{2}{4} + \frac{1}{4}}{2}, \frac{-1}{2} \right)$

$\Leftrightarrow M = \left(\frac{-\frac{1}{4}}{2}, \frac{-1}{2} \right)$

Figura 4.17 : Resolução da Mafalda para a alínea 2.1

Ambas as alunas apresentam os cálculos para determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento, conforme introduzido nas aulas da disciplina de Matemática. A Leonor representa com recurso ao desenho de um segmento de reta a posição do ponto médio (figura 4.16), revela

ter apreendido o conceito de ponto médio e desenvolve raciocínios aplicando este conceito. Ambas as alunas não utilizaram os parêntesis de forma adequada e a Leonor apresentou um sinal operativo (+) quando devia ter utilizado (,).

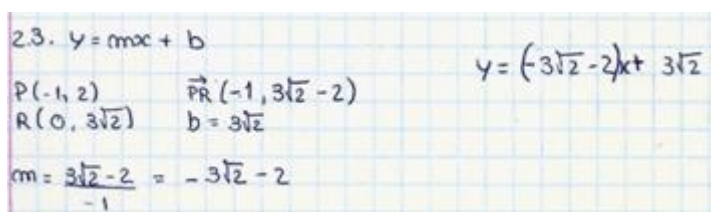


2.2 $R' (0, -3\sqrt{2})$
 2.3 $y = mx + b$

Figura 4.18 : Resolução da Leonor para a alínea 2.2 e 2.3

A Leonor não teve dificuldade em representar as coordenadas do ponto simétrico de R, o mesmo aconteceu com as restantes colegas. Na alínea 2.3 a aluna só apresentou a equação reduzida da reta (figura 4.18) sem efetuar cálculos para determinar o coeficiente de x e o valor da ordenada na origem (b). Questionada sobre a razão para não ter efetuado cálculos para resolução da equação reduzida da reta, disse identificar a equação geral mas não ter conseguido determinar os valores de (m) e (b) com os dados do enunciado. Revelou ter dificuldade em desenvolver raciocínios dedutivos a partir dados do enunciado e da atividade que desenvolveu na alínea 2.1. Com maior perseverança e recorrendo à utilização dos apontamentos da aula e manual da disciplina, onde para além de exemplos de aplicação são apresentados e desenvolvidos os conteúdos em estudo, podia ter desenvolvido uma proposta de resolução mesmo que incompleta.

A aluna Rita obteve como proposta de resolução (figura 4.19), uma equação reduzida da reta \overrightarrow{PR} , para a abcissa do vetor diretor \overrightarrow{PR} apresentou um valor simétrico do correto, o que afetou o valor do coeficiente de x da equação da reta. Na simplificação da fração do coeficiente não afetou todo o numerador do sinal (-). Identificou de forma correta e intuitiva o valor da ordenada da origem da leitura das coordenadas do ponto R. Não tendo apresentado o cálculo para o vetor diretor (\overrightarrow{PR}), na entrevista transmitiu que efetuou o cálculo mentalmente.



2.3. $y = mx + b$
 $P(-1, 2)$ $\overrightarrow{PR}(-1, 3\sqrt{2} - 2)$
 $R(0, 3\sqrt{2})$ $b = 3\sqrt{2}$
 $m = \frac{3\sqrt{2} - 2}{-1} = -3\sqrt{2} - 2$
 $y = (-3\sqrt{2} - 2)x + 3\sqrt{2}$

Figura 4.19 : Resolução da Rita para a alínea 2.3

A Rita revela um bom desempenho ao nível do raciocínio e da dedução, dominando os conteúdos e apresenta propostas de resolução estruturadas. Como efetuou alguns cálculos mentalmente, cometeu erros ao nível de sinais dos coeficientes.

As alunas Luísa e Matilde apresentaram para esta alínea, respetivamente as propostas de resolução que se reproduzem, figuras 4.20 e 4.21, mas não concretizaram corretamente o

cálculo do vetor diretor \overrightarrow{PR} , pelo que não mostram dominar o conceito de vetor diretor e os cálculos envolvendo operações com radicais.

$$2.3 - (-1, 2) - (0, 3\sqrt{2}) \rightarrow (-1, -1\sqrt{2})$$

$$y = \frac{1\sqrt{2}}{-1} x + \left(\frac{-1\sqrt{2}}{-1} \right) + 2$$

$$y = 1\sqrt{2}x + (-1\sqrt{2}) + 2$$

$$y = 1\sqrt{2}x + 1\sqrt{2}$$

Figura 4.20: Resolução da Luísa para a alínea 2.3

$$2.3 \quad y = mx + b \Leftrightarrow y = 0.5x + 4.2$$

$$m = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$y = 0.5x + b \Leftrightarrow 2 = 0.5 \times (-1) + b \Leftrightarrow 2 = -0.5 + b \Leftrightarrow 2 + 0.5 = b \Leftrightarrow b = 4.2$$

$$PR = R - P = (0 - (-1), 3(2 - 2)) = (1, 0.2426)$$

Figura 4.21 : Resolução da Matilde para a alínea 2.3

A Luísa e Matilde não dominam o cálculo algébrico necessário para calcular o par de coordenadas do vetor diretor. Ambas as alunas determinaram o valor do declive (m) com os dados do vetor diretor calculados. Não inferiram corretamente o valor da ordenada na origem. Conhecem a equação reduzida da reta e desenvolvem raciocínios relativos a esta representação da reta.

Na análise das propostas de resolução destas três alunas, foi possível verificar que aplicam a equação reduzida da reta a situações concretas, calculam o vetor diretor e com exceção da Rita não resolvem corretamente cálculos algébricos envolvendo radicais, pelo que apresentam um fraco desempenho no cálculo que permite determinar a ordenada à origem.

A Mafalda que não tendo apresentado uma solução correta (figura 4.22) para o vetor diretor, da análise da sua proposta de resolução foi possível concluir que a aluna possui conhecimentos sobre o conceito de vetor diretor e que à semelhança das colegas não revelou um bom desempenho nas operações com radicais. Na entrevista foi questionada do porquê de não ter apresentado e desenvolvido a equação reduzida da reta, referiu não saber como calcular o declive (m) e a ordenada na origem (b), necessários para representar a equação. Referiu que tendo consultado os exemplos da aula da disciplina de Matemática, como meio auxiliar na resolução, não conseguiu entender esses exemplos trabalhados em sala de aula. Na altura não colocou dúvidas à professora pois pensou que estudando os exemplos iria compreendê-los.

2.3- Reta PR

$$\vec{PR} = R - P$$

$$\Leftrightarrow \vec{PR} = (0, 3\sqrt{2}) - (-1, 2)$$

$$\Leftrightarrow \vec{PR} = (1, 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})$$

$$\Leftrightarrow \vec{PR} = (1, \sqrt{2})$$

Figura 4.22 : Resolução da Mafalda para a alínea 2.3

A proposta de resolução da Mafalda resumiu-se ao cálculo do vetor diretor da reta. Calcula de forma correta a abcissa, mas não teve um bom desempenho no cálculo do valor da ordenada e mostra dificuldades na realização da soma algébrica que incluía radicais. Na entrevista a aluna, apesar de orientada, não realizou de forma autónoma a proposta de cálculo apresentada. Representou a equação reduzida da reta, não calculou o coeficiente (m) e a constante (b).

- 3) O terceiro exercício tem como objetivo que os alunos apliquem igualmente os conhecimentos adquiridos no estudo da geometria, nomeadamente: C1) Estabelecer condições para conjuntos representados no plano em sistemas de eixos coordenados.

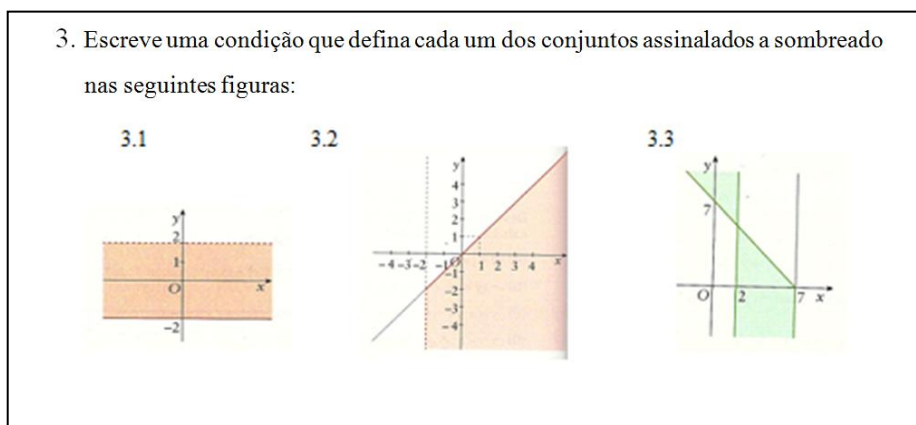


Figura 4.23: Exercício 3 – Ficha 1

Nas alíneas 3.1 e 3.2 as alunas não mostraram dificuldades, tendo apresentado propostas corretas de resolução, como se ilustra nas figuras 4.24 e 4.25. Para conjuntos de pontos e semiplanos definidos por duas condições simples as alunas revelam um bom desempenho na realização de tarefas sobre este conteúdo de Geometria.

Na alínea 3.3 as alunas revelaram dificuldades apresentando propostas incompletas com exceção da Rita, cuja resposta se ilustra na figura 4.25.

3.1 $y > -2 \wedge y < 2$

3.2 $y < x \wedge x > 2$

3.3 $x > 2 \wedge x < 7$

Figura 4.24 : Resolução da Leonor para a questão 3

3.
3.1. $-2 \leq y < 2$
3.2. $y \leq x \wedge x > -2$
3.3. $(y > -1x + 7 \wedge x \leq 2) \cup (y \leq -1x + 7 \wedge 2 \leq x \leq 3)$

Figura 4.25 : Resolução da Rita para a questão 3

Na entrevista individual com cada uma das seis alunas que não apresentaram uma proposta de resolução completa, foi possível verificar que elas apresentam dificuldades na dedução da equação de uma reta representada graficamente num referencial cartesiano. Se por um lado identificam a equação de retas paralelas aos eixos coordenados do referencial, com alguma facilidade, já o mesmo não acontece com as retas oblíquas aos eixos coordenados. Esta limitação foi determinante na resposta à 3ª alínea da questão em estudo.

A Rita revela um bom domínio sobre as diferentes representações de retas e conjunção de condições, bem como das representações gráficas, pois inferiu de forma correta as condições representadas nas diferentes figuras.

- 4) O quarto exercício tem como objetivo que as alunas apliquem igualmente os conhecimentos adquiridos no estudo da geometria, nomeadamente: D1) Soma de um ponto com um vetor; D2) Soma de vetores.

4.1 Justifica que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OI}$.

4.2 Qual é a soma do ponto A com o vetor \overrightarrow{MI} ?

4.3 Completa:

a) $M + \overrightarrow{OL} = \dots$; b) $A + \overrightarrow{LI} = \dots$;

c) $(M + \overrightarrow{LI}) + \overrightarrow{MI} = \dots$; d) $\dots + \overrightarrow{AL} = I$;

Figura 4.26 : Exercício 4 – Ficha 1

Apresentam-se para esta questão propostas de resoluções de três alunas que desenvolveram atividade relevante.

4.1 $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OI}$ uma vez que O é a interseção da diagonal [LM] com a [AI]

4.2 $A + \overrightarrow{MI} = L$

4.3 a) \overrightarrow{MO}
b) H
c) L
d) H

Figura 4.27 : Resolução da Leonor para a questão 4.

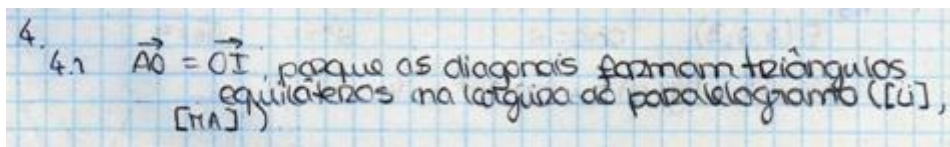


Figura 4.28 : Resolução da Matilde para a alínea 4.1

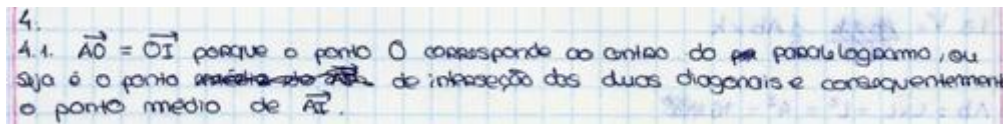


Figura 4.29 : Resolução da Rita para a alínea 4.1

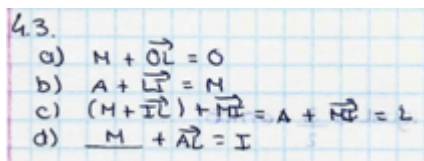


Figura 4.30 : Resolução da Rita para a alínea 4.3

Na alínea 4.1 a Matilde desenvolveu o seu raciocínio em termos geométricos identificando, de forma incorreta, dois triângulos equiláteros (figura 4.28), na sua identificação não utilizou nomenclatura geométrica adequada e também não justificou a igualdade dos lados dos triângulos. As outras duas alunas (figuras 4.27 e 4.29) desenvolveram o seu raciocínio com base nas diagonais do paralelogramo e justificaram a igualdade em análise.

Para a alínea 4.2 todas as alunas apresentaram propostas corretas, de onde se dá destaque à proposta de resolução da Leonor (figura 4.27).

A Rita apresentou uma proposta correta para a alínea 4.3 (figura 4.30), assim como a Matilde, Mafalda e Marisa, a Leonor e as colegas Luísa e Maria não apresentaram propostas corretas para todos os itens desta alínea. A Leonor errou o 1.º item desta alínea, apresentou propostas corretas para os outros itens que mobilizam conhecimentos e raciocínios idênticos ao do 1.º item.

Todas as alunas apresentaram domínio das operações de cálculo vetorial, na alínea 4.1 que mobilizava raciocínio dedutivo para justificação de igualdade o grau de desempenho foi menor.

43.5.2 Análise das propostas de resolução apresentadas pelas alunas para a Ficha 2 de Trabalho de Geometria

Na 2ª ficha de trabalho, são propostos igualmente quatro exercícios que contemplam conteúdos diversos do tema de Geometria:

- 1) No exercício 1 é proposta a análise e interpretação de dois sólidos representados em \mathbb{R}^3 , para que possam identificar diferentes retas, planos e respetivas intersecções, identificação de diferentes coordenadas de pontos e que estabeleçam condições para planos, retas e de uma esfera.

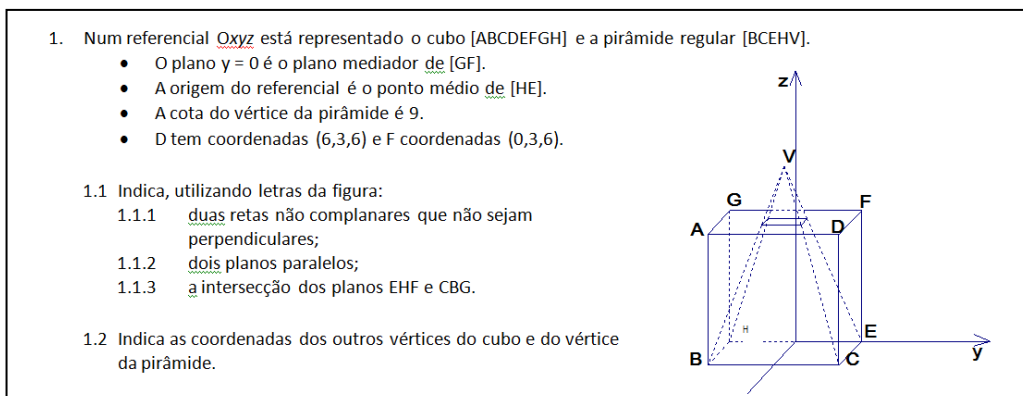


Figura 4.31 : Exercício 1 – Ficha 2

Todas as alunas apresentaram propostas de resolução das duas primeiras alíneas da primeira questão, de onde se destaca a proposta de resolução da aluna Luísa para estas alíneas (figura 4.32). Esta aluna não apresentou atividade para a terceira alínea.

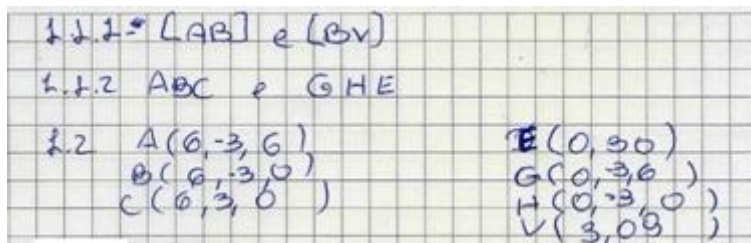


Figura 4.32 : Resolução da Luísa para as alíneas 1.1 e 1.2

Na entrevista, questionada sobre a alínea 1.1.3, no sentido de identificar os dois planos a interseccionar, não identificou corretamente o plano CBG . Após orientação sobre este plano identificou a aresta $[GF]$ do cubo, intersecção dos dois planos.

Na questão 1.2 todas as alunas apresentaram propostas de resolução corretas, apresentando-se a proposta de resolução da Luísa, figura 4.32. As alunas revelam domínio na correspondência de pontos do espaço e \mathbb{R}^3 .

Para a questão 1.3 (figura 4.33) apresentam-se as resoluções das alunas Matilde e Rita. A Rita utilizou o símbolo de interseção em vez de conjunção, na entrevista indicou que foi falta de rigor na escrita pois que na resolução raciocinou em termos de conjunção.

Escreve uma condição que defina:

1.3.1 o plano EFD

1.3.2 a reta AB

1.3.3 A esfera de centro em V e tangente ao plano ADF.

Figura 4.33: Exercício 1, questão 1.3 – Ficha 2

1.3
 1.3.1 $y=3$
 1.3.2 $x=6 \wedge y=-3$
 1.3.3
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$
 $V(x, y, z) = (3, 0, 3)$
 $r = \text{h pirâmide pequena} = 3^2 = 9$
 $(x-3)^2 + y^2 + (z-3)^2 \leq 9$

Figura 4.34 : Resolução da Matilde para a questão 1.3

1.3.
 1.3.1. $y=3$
 1.3.2. $y=-3 \wedge x=36$
 1.3.3.
 $(x-\frac{3}{2})^2 + y^2 + (z-9)^2 \leq 9$

Figura 4.35 : Resolução da Rita para a questão 1.3

Na questão 1.3 a Matilde (figura 4.34) desenvolveu propostas de resolução corretas para as duas primeiras alíneas. Na terceira alínea identificou e aplicou a equação da esfera mas tomou para cota do vértice “V” um valor incorreto. Na entrevista questionada sobre o raciocínio que desenvolveu para determinar a cota, explicou que ao valor da cota de “V” deduziu o valor correspondente à cota do plano ADF ($9 - 6 = 3$), corrigiu o valor da cota na equação da esfera apresentada.

A Rita apresentou para as três alíneas desta questão propostas corretas (figura 4.35).

As duas alunas revelaram bom desempenho nas propostas apresentadas, dominam os conteúdos referentes a condições do plano e da equação da esfera, mostraram boas capacidades de visualização no espaço. Esta análise aplica-se às restantes cinco alunas do grupo.

Na questão 1.4 todas as alunas apresentaram propostas de resolução corretas, de onde se destaca a proposta de resolução da Leonor, figura 4.37. As alunas revelam domínio na visualização de simetrias de pontos no espaço em relação à origem do referencial, planos coordenados e respetivos planos paralelos.

1.4 Indica as coordenadas:

1.4.1 do simétrico do ponto A em relação ao plano xOy;

1.4.2 do simétrico do ponto C em relação ao eixo Oz.

1.4.3 do simétrico do ponto F em relação à origem do referencial;

1.4.4 do simétrico do ponto V em relação ao plano ADF.

Figura 4.36: Exercício 1, questão 1.4 – Ficha 2

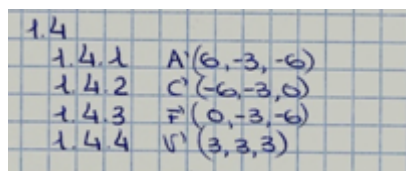


Figura 4.37 : Resolução da Leonor para a questão 1.4

Na questão 1.5 a aluna Luísa (figuras 4.39-4.30) apresentou para a alínea 1) uma proposta de resolução correta, não resolveu a alínea 2) e apresentou uma proposta para alínea 3).

Representa e determina a área:

1.5.1 A secção do cubo pelo plano AFE;

1.5.2 da secção da pirâmide pelo plano paralelo a xOy e que contém o ponto médio de [CD].

1.5.3 da secção da pirâmide pelo plano xOz.

Figura 4.38: Exercício 1, questão 1.5 – Ficha 2

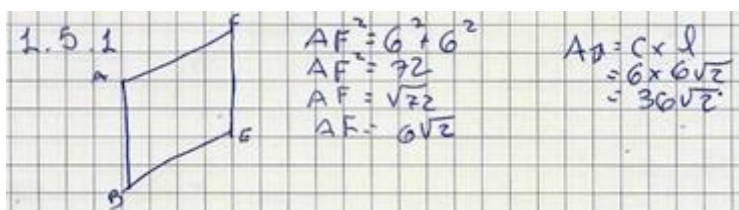


Figura 4.39 : Resolução da Luísa para a alínea 1.5 .1

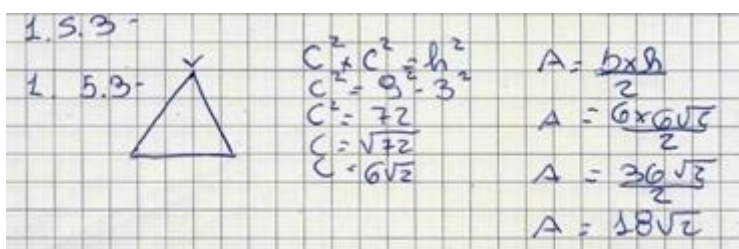


Figura 4.40 : Resolução da Luísa para a alínea 1.5.3

A Luísa (figura 4.39) revelou um bom desempenho no cálculo da área do retângulo, na sua proposta desenhou a seção resultante do corte segundo o plano xOy e por aplicação do teorema de Pitágoras calculou a diagonal da face do cubo [AF], não apresentou a unidade de volume na sua proposta. Na alínea 3, desenhou a seção de corte na pirâmide corretamente, mas não aplicou os dados do triângulo no cálculo da área, os cálculos apresentados foram desnecessários e resultaram numa solução incorreta. Na entrevista questionada sobre a alínea 2, só identificou o

plano de corte, após orientação e sobre a imagem do enunciado desenhou a posição do corte mas não conseguiu estabelecer proporcionalidade entre altura e largura da seção obtida.

Sobre a alínea 3, quando questionada sobre a altura da seção triangular que desenhou ela indicou um dos catetos e só após orientação indicou corretamente a altura.

Refere-se ainda a proposta da Rita (figuras 4.41-42) para esta questão, realçando o facto de a aluna apresentar para cada uma das alíneas o desenho da seção a considerar nos cálculos. Esta metodologia de resolução permitiu uma melhor visualização dos dados e resultados do exercício e funcionou como auxiliar do raciocínio matemático na abordagem do exercício e no desenvolvimento dos cálculos.

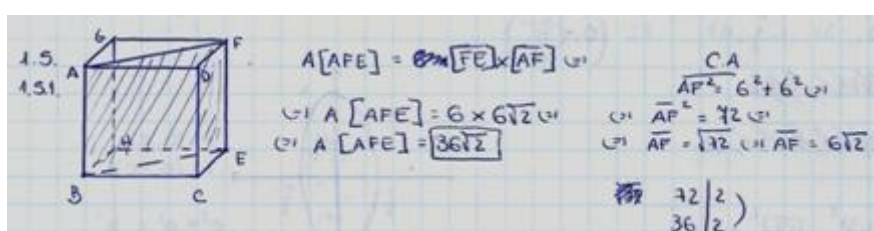


Figura 4.41 : Resolução da Rita para a alínea 1.5.1

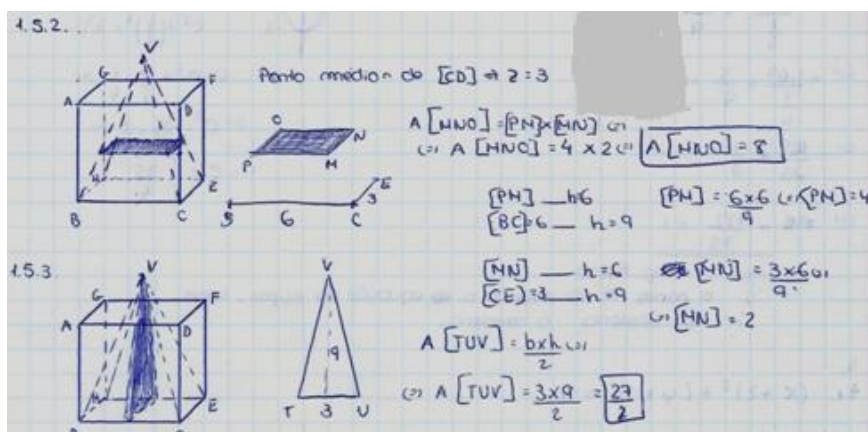


Figura 4.42 : Resolução da Rita para as alíneas 1.5.2 e 1.5.3

A Rita apresentou uma proposta correta para a primeira alínea e não referiu unidades de volume para a área que calculou. Na segunda alínea, apresentou em perspetiva o desenho do plano de corte produzido na pirâmide, considerou uma pirâmide de base retangular o que não corresponde aos dados do enunciado da questão 1 (figura 4.41). A proposta de resolução evidencia raciocínios adequados ao problema apresentado, mas por não ter considerado a forma geométrica correta da base da pirâmide a proposta resultou incorreta. Na entrevista a Rita argumentou que nesta questão fixou a figura do enunciado, considerando que a base da pirâmide é retangular e só quando questionada para confirmar as dimensões das arestas da base da pirâmide, verificou que a base é quadrangular, reformulando com facilidade os cálculos efetuados e apresentando uma resposta correta. Na terceira alínea apresenta também um desenho em perspetiva, identifica a seção produzida pelo plano xOz , realiza o cálculo da área

com os dados que trabalhou na alínea anterior, pelo que a proposta não conduziu a uma resposta correta.

A Rita revelou ter facilidade de visualização em termos Geométricos dos exercícios que lhe foram propostos, teve também facilidade na representação em perspetiva das seções produzidas pelos diferentes cortes propostos no problema. Aplicou os raciocínios adequados às diferentes solicitações, realizou com facilidade os diferentes cálculos. A proposta de resolução não resultou para as três alíneas em respostas corretas, por se basear na observação e não na análise das coordenadas dos vértices da base da figura.

As restantes alunas apresentaram propostas de resolução corretas para a alínea 1.5.1, não tendo apresentado propostas para as outras duas alíneas.

2) No exercício 2, é apresentada a equação de uma circunferência na forma não reduzida, para que os alunos identifiquem o centro e o raio da circunferência e relativamente a determinados pontos verificar da sua posição em relação à circunferência dada.

2. Dada uma equação de uma circunferência, $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$.
- 2.1 Determine o centro e o raio da circunferência.
- 2.2 Qual a posição relativa dos pontos A(2,4), B(-1,3) e C(5,-1) relativamente à circunferência dada?
- 2.3 Determine as coordenadas dos pontos de intersecção da circunferência com os eixos coordenados.

Figura 4.43: Exercício 2 – Ficha 2

As alunas Leonor, Luísa e Marisa não apresentaram atividade para este exercício. Apresenta-se as propostas de resolução da aluna Matilde para as duas primeiras alíneas (figuras 4.44-45).

2.1

$$C(x,y)^2 = C(-3,4)$$

$$r = 2 = \sqrt{4} = 2$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0 \quad (*)$$

$$(*) x^2 + 6x + y^2 - 8y = 0 \quad (**)$$

$$(**) x^2 + 6x + y^2 - 8y + 13 - 13 = 0 \quad (***)$$

$$(***) (x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$$

Figura 4.44 : Resolução da Matilde para a alínea 2.1.

Na 1ª alínea a Matilde apresentou uma equação da circunferência do tipo $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, não apresentou rigor nos cálculos algébricos. Na entrevista a Matilde justificou a razão de ter somado e subtraído o valor (1^2) por saber ser necessário somar algebricamente valores para obter a nova equação da circunferência, mas não saber determinar os valores corretos. O mesmo aconteceu com o valor que atribuiu ao 2º membro da equação da circunferência. Na entrevista foi pedido à aluna para resolver os quadrados dos binómios que determinou e verificar os valores a somar algebricamente no 2º membro para obter uma equação

equivalente à inicial, efetuou os cálculos e determinou o valor 5 para raio da circunferência. Na alínea 2.2 a Matilde representou num referencial cartesiano os pontos dados e a circunferência com os dados obtidos, as conclusões que apresentou sobre a posição relativa dos pontos foi a partir da representação que desenhou.

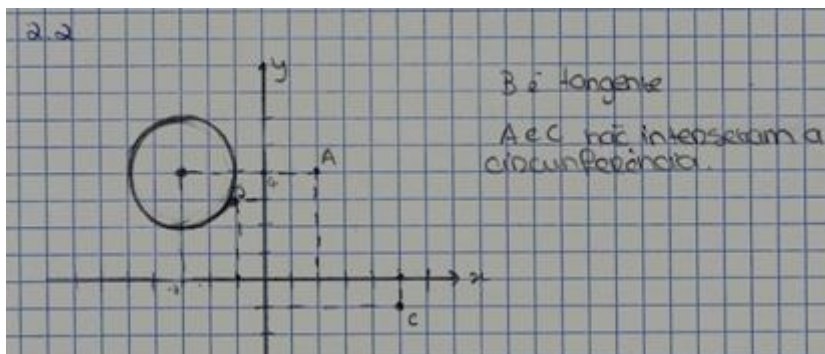


Figura 4.45 : Resolução da Matilde para a alínea 2.2

Apresenta-se a proposta de resolução da Rita para a alínea 2.3, em que determinou três pontos de intersecção da circunferência com os eixos coordenados.

2.3.

$$(0+3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad (1) \quad (x+3)^2 + (0-4)^2 = 25 \quad (2)$$

$$(1) \quad 9 + y^2 - 8y = 25 \quad (1) \quad (2) \quad x^2 + 6x + 16 = 25$$

$$(1) \quad y^2 - 8y = 25 - 16 - 9 \quad (2) \quad (1) \quad x(x+6) = 0$$

$$(1) \quad y(y-8) = 0 \quad (2) \quad (1) \quad x = 0 \vee x + 6 = 0$$

$$(1) \quad y = 0 \vee y - 8 = 0 \quad (1) \quad x = 0 \vee x = -6$$

$$(1) \quad y = 0 \vee y = 8$$

$(0, 0); (0, 8); (-6, 0)$ } Pontos de intersecção

Figura 4.46 : Resolução da Rita para a alínea 2.3

A Rita apresentou os cálculos para determinar os pontos de intersecção da circunferência com os eixos coordenados, revelou domínio dos conteúdos de Geometria relativos à circunferência e na aplicação de raciocínios dedutivos. Possui conhecimentos consolidados do cálculo algébrico de equações.

3) No exercício 3, é apresentada uma equação reduzida de uma elipse para determinação dos respetivos vértices e focos e verificar se determinados pontos pertencem à elipse.

3. Dada a equação de uma elipse, $4x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$, centrada na origem do referencial.
- 3.1 Determina as coordenadas dos vértices da elipse.
- 3.2 Diga, justificando, se o ponto $A(-1, 3\sqrt{3})$ pertence à elipse.

Figura 4.47: Exercício 3 – Ficha 2

Para esta questão só a Rita apresentou atividade, com uma proposta correta para a alínea 3.1, na alínea 3.2 desenvolveu um raciocínio adequado, no entanto interpretou de forma incorreta as coordenadas do ponto A) constantes do enunciado, que se apresenta na figura 4.48.

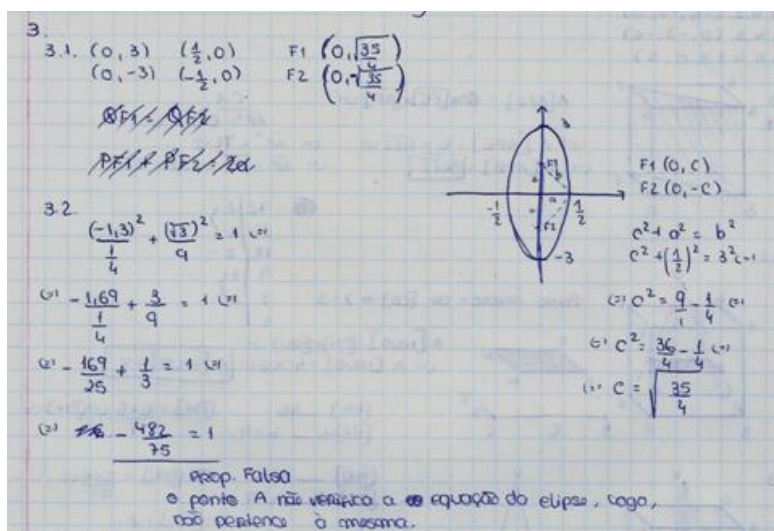


Figura 4.48 : Resolução da Rita para o exercício 3

As restantes alunas questionadas na entrevista sobre a razão de não apresentarem propostas de resolução, disseram que foi um conteúdo a que não dedicaram muito tempo ao seu estudo após a respetiva lecionação, algumas das alunas acrescentaram que apesar de terem acompanhado os raciocínios desenvolvidos nos dois exercícios realizados nas aulas, posteriormente, ao resolver de novo os mesmos exercícios não tiveram sucesso.

4) No 4º e último exercício é representado num referencial Oxy uma circunferência e uma reta tangente, em que é solicitado que os alunos determinem as equações da circunferência, da reta e apresentem uma condição para a região sombreada da figura representada.

4. Na figura estão representadas, em referencial o.m. Oxy, uma circunferência de centro $C(-2, -1)$ e uma reta r tangente à circunferência no ponto $A(-5, -1)$.

4.1 Escreve uma equação da circunferência representada na figura. |

4.2 Escreve uma equação da reta r .

4.3 Determina as coordenadas dos pontos da circunferência que têm abscissa -3.

4.4 Representa através de uma condição a região sombreada da figura.

4.5 Determina uma equação da reta tangente à circunferência que é paralela à reta r mas diferente da reta r .

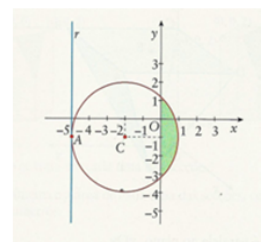


Figura 4.49: Exercício 4 – Ficha 2

Para esta questão as alunas Leonor, Luísa e Rita apresentaram propostas de resolução das diversas alíneas. Referem-se de seguida as propostas da Leonor e da Rita. As restantes alunas não apresentaram atividade para este exercício.

A Leonor não apresentou cálculos na proposta de resolução para a alínea 4.3, indicando apenas um ponto (figura 4.50).

4

4.1 $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9 \wedge x > 0$

4.2 $x = -5$

4.3 $(0, 3)$

4.4 $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9 \wedge x > 0$

4.5 $x = 1$

Figura 4.50 : Resolução da Leonor para o exercício 4

Na entrevista, em relação à proposta da Leonor para a alínea 4.1, ela determinou corretamente a equação da circunferência, à qual acrescentou uma condição desnecessária e incorreta. Justificou o seu raciocínio por ter entendido que a equação se restringia à zona sombreada do círculo. Foi pedido à aluna para assinalar na figura do enunciado o ponto que identificou na sua proposta para a terceira alínea, ao que ela referiu que os pontos pedidos teriam abcissa -3 e não zero como assinalou. A aluna foi orientada para substituir o valor de x da equação da circunferência pelo valor da abcissa dado, efetuou os cálculos e determinou os dois pontos da circunferência pedidos.

Na alínea 4.4 foi pedido que sombreamos a sua condição na figura do enunciado da tarefa, identificou a área sombreada da figura, após orientação do investigador, assinalou o arco de circunferência delimitado pela área sombreada. Após esta constatação a Leonor verificou a necessidade de corrigir a sua proposta, alterando os símbolos de igualdade das expressões da condição.

Apresenta-se a proposta de resolução da aluna Rita para a questão 4, onde mostra os diferentes cálculos que suportam as respostas às diferentes alíneas (figuras 4.51-52).

4.

4.1. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

Raio = 3

$(-2 + 5, 3)$

Figura 4.51 : Resolução da Rita para a alínea 4.1

4.2. $x = -5$

4.3. $(-3+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

$(-3+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

$1 + y^2 + 2y = 9$

$2y^2 + 2y - 7 = 0$

4.4. $(x+2)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge x \geq 0$

4.5. $R = x = -5$

$-2+3 = 1$

$x = 1$

4.3. $(-3+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

$1 + (y+1)^2 = 9$

$(y+1)^2 = 8$

$y+1 = \sqrt{8}$

$y = \sqrt{8} - 1$

$(-3, \sqrt{8}-1)$

$(-3, -\sqrt{8}-1)$

Figura 4.52 : Resolução da Rita para as alíneas 4.2 a 4.5.

Ambas as alunas apresentaram propostas de resolução para todas as alíneas das questões. A Leonor revelou domínio na representação de equações de retas paralelas a retas verticais, de circunferência mas o desempenho é menor quando tem de representar condições que envolvam mais que uma expressão ou desenvolver raciocínios para determinar com recurso a equações valores de coordenadas de pontos. A Rita apresentou propostas de resolução corretas para todas as alíneas desta questão, revelou domínio na visualização e interpretação da circunferência e reta representadas em referencial cartesiano, desenvolveu a escrita de equações e condições relativas à circunferência e reta e estabeleceu os raciocínios adequados às tarefas propostas.

As alunas aplicaram nas suas propostas de resolução as aprendizagens desenvolvidas em sala de aula da disciplina de Matemática.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

No primeiro capítulo desta investigação, foram colocadas três questões que importa agora de novo introduzir e sobre as quais será feita uma reflexão com base nos dados recolhidos:

1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos e como evoluem, ao longo da realização das tarefas no âmbito da Geometria?
2. Quais os contributos da realização de tarefas para o reforço do estudo no tema da geometria?
3. Qual a vantagem da realização de tarefas, em contexto de atividade extra sala de aula, na melhoria do desempenho dos alunos menos participativos em sala de aula?

As fichas de trabalho de revisão de Geometria constituíram elementos de trabalho relevantes para as alunas, possibilitando momentos de trabalho autónomo e a consequente auto avaliação das suas aprendizagens. Os momentos de estudo que as alunas dedicaram à resolução das duas tarefas propostas, associados aos momentos de entrevista com o investigador, permitiram que as alunas comunicassem matematicamente com o interlocutor sobre os raciocínios matemáticos que desenvolveram na abordagem dos exercícios. Em alguns casos no decurso das entrevistas foram dadas orientações às alunas com o objetivo de que efetuassem progressos quer ao nível na visualização quer dos raciocínios para uma mais correta interpretação e abordagem das tarefas propostas.

As duas fichas de trabalho de Geometria, foram estruturadas de forma a contemplar os diferentes conteúdos de Geometria do programa do 10º ano, conteúdos trabalhados em sala de aula da disciplina de Matemática.

Tendo como base a importância que a diversificação das tarefas tem nas aprendizagens dos alunos a primeira ficha apresentou uma natureza mais acessível, o que possibilitou um elevado grau de sucesso por parte das alunas, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança. A segunda ficha apresentava um conjunto de exercícios de natureza igualmente fechada, mas com um grau de dificuldade crescente. Esta opção pretendeu aferir sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, na medida em que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre os dados e os resultados.

Da análise dos dados recolhidos, obtidos quer a partir da atividade desenvolvida pelas alunas quer das entrevistas conduzidas pelo investigador, verificou-se que mais de metade das alunas do grupo não possuíam uma boa consolidação dos conteúdos lecionados no tema de Geometria, o que foi evidenciado nas propostas de resolução apresentadas. Na primeira ficha de trabalho todas as alunas apresentaram propostas de resolução para a grande maioria das questões dos quatro exercícios, o que se deve à natureza mais acessível desta ficha de trabalho. No caso da

segunda ficha, que apresentou um nível de complexidade crescente, de acordo com o trabalho desenvolvido em sala de aula e nas avaliações da disciplina de Matemática, levou a que parte das alunas não concretizou propostas de resolução para todas as questões da ficha de trabalho.

Partindo do conhecimento que as alunas tinham de que o tema Geometria seria avaliado nos diferentes testes da disciplina de Matemática, o investigador com base neste pressuposto assumiu que a realização das tarefas resultaria num desafio para as alunas. Considerou-se as tarefas desafiantes para as alunas, na medida em que podendo utilizar os apontamentos da disciplina e o manual, era espectável um bom desempenho e elevada perseverança na concretização das propostas de resolução dos exercícios.

Em relação à primeira ficha de trabalho confirmou-se uma elevada perseverança das alunas na concretização das propostas de resolução e paralelamente resultou num desempenho suficiente para todas as alunas, no caso da Rita o desempenho foi bom. Na segunda ficha de trabalho estes dois aspetos não foram plenamente atingidos para alguns dos exercícios propostos. Houve alunas que não apresentaram atividade, o desempenho de uma forma geral foi menor, à exceção da aluna Rita que manteve um nível de desempenho bom.

Foi possível, a partir das entrevistas perceber que tiveram dificuldade na abordagem desses exercícios, verificando-se um reduzido domínio ao nível da conexão dos conhecimentos de Matemática, o que não contribui para atingir um grau raciocínio necessário à abordagem dos exercícios propostos. Para além da conexão de conhecimentos também ao nível dos conteúdos de temas Matemáticos, da própria Geometria, da Álgebra e de Trigonometria algumas das alunas revelaram pouco domínio para o nível de escolaridade que se encontravam a frequentar. As alunas evidenciaram competências na visualização e determinação de pontos no plano e no espaço, determinação do ponto médio de um segmento, nas equações da reta, circunferência e esfera, no cálculo vetorial e nos cálculos simples que envolvem utilização de fórmulas. Nos conteúdos de Geometria relativos à determinação de pontos da circunferência e respetiva interseção com os eixos do referencial cartesiano, nos cálculos dos elementos da elipse e dos coeficientes da equação da reta evidenciaram a necessidade de reforço do estudo.

Sabendo que o desempenho dos alunos na realização das tarefas está muito relacionado com o seu conhecimento em matemática, esse desempenho pode ser incrementado com desenvolvimento de hábitos de trabalho e persistência, pelo que os alunos devem elaborar os trabalhos de forma organizada e cuidada e manifestarem persistência na procura de soluções para uma situação nova. (DES, 2001)

Em relação ao ponto de partida, início da investigação com a entrega da primeira ficha, assistiu-se a um reforço das aprendizagens, devido à atividade desenvolvida pelas alunas em conjunto com os momentos de entrevista. Neste contexto as entrevistas foram espaços de trabalho muito importantes, contribuindo para as alunas comunicarem acerca das abordagens que realizaram sobre as tarefas, bem como dos raciocínios que desenvolveram. Nas entrevistas e sempre que o

entrevistador sentiu necessidade e vantagem para as alunas, desenvolveu um trabalho de orientação dos seus raciocínios, o que permitiu que estas evoluíssem na abordagem dos conceitos em análise.

Perante os dados recolhidos e da sua análise e tratamento, torna-se relevante estabelecer um balanço para as questões formuladas no início da investigação.

Sabendo que o desempenho dos alunos em Matemática está muito relacionado com competências adquiridas no estudo dos diferentes temas matemáticos, foi possível verificar com esta investigação uma evolução ao nível do reforço e/ou melhoria nas aprendizagens, do raciocínio matemático e comunicação matemática, decorrendo desta evolução um incremento das competências dos alunos em Geometria e por inerência em Matemática. O grau de evolução que foi possível perceber, relaciona-se com o respetivo empenho e perseverança que colocaram na realização das tarefas e em outra medida do “feedback” e orientações que receberam no decorrer das entrevistas. Esta constatação leva-nos a considerar que será importante um acompanhamento mais individualizado destes alunos para além do trabalho realizado aquando da implementação do processo de ensino e aprendizagem dos tópicos em estudo. Uma reflexão prolongada no tempo ajuda os alunos a integrar os conceitos e a melhorar o seu desempenho quando os pretende colocar em ação.

A realização das tarefas de reforço para o estudo da Geometria, contribuiu para que as alunas desenvolvessem um trabalho orientado e de forma continuada ao longo do mês de Março sobre o tema de Geometria, para além de que no final e com os momentos das entrevistas permitiu-lhes comunicar sobre a evolução percebida e das necessidades de reforço no estudo da Geometria. Para as alunas menos participativas em sala de aula, os casos das alunas Luísa e Filipa, com a realização de atividade extra sala de aula complementada com a entrevista permitiu que estas alunas não se sentindo expostas perante os colegas da turma, tivessem maior facilidade de comunicar com o investigador sobre os raciocínios desenvolvidos na realização das propostas de resolução. Nos casos em que as alunas apresentaram propostas de resolução incompletas para as questões das tarefas, é de destacar que mesmo nestes casos a atividade produzida é relevante, na medida em que houve uma leitura das questões, interpretação, visualização das figuras e/ou das possíveis soluções no plano ou no espaço, com mobilização de raciocínio matemático e aplicação de diferentes conexões dos temas Matemáticos.

A realização de fichas de trabalho de reforço do estudo da Geometria, em contexto atividade extra sala de aula, afigura-se como uma possível estratégia no sentido dos alunos desenvolverem os seus métodos de estudo e melhorar as suas competências no Tema e em Matemática. Torna-se essencial para o atingir destes objetivos que as propostas de resolução sejam analisadas pelo professor da disciplina e discutidas com os alunos de forma individual ou em grupos dependendo das características dos alunos da turma.

Referências Bibliográficas :

- Abrantes, P. Fonseca, H., Ponte, J.P. & Veloso, E. (1999). Ensino da Geometria ao virar do Milénio, Lisboa. *Atividades Investigativas em sala de aula*. Lisboa: CEFCUL.
- Aires, A. P., & Vásquez, M. S. (2004). Atas SPIEM. *O conceito de derivada no ensino secundário ao longo do século XX*. Lisboa.
- Bensabat, & et.al. (1987). *The Case Research Strategy in Studies of Information Systems*. MIS Quarterly.
- Bodgan, R. C. e Bilken, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática: Atas do EIEM2012* (pp. 99-104). Lisboa: SPIEM
- DES (1997). *Matemática: Programas 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: Ministério da Educação e Departamento do Ensino Secundário.
- DES (2001). *Programa de Matemática A do 10.º ano de escolaridade*. Lisboa. Ministério da Educação e Departamento do Ensino Secundário.
- Dieudonné, J. (1961). *Pour une conception nouvelle de l'enseignement des mathématiques. In Mathématiques nouvelles*. Paris: OCDE.
- Esquincalha, A. C. (Setembro de 2012). *Nicolas Bourbaki and Modern Mathematics Movement*. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v.2, nº3. São Paulo.Brasil.
- Loureiro, C., Oliveira,A., Ralha, E. & Bastos,R. (1997). *Geometria: 10º Ano de escolaridade..* Lisboa: Ministério da Educação e Departamento do Ensino Secundário.
- Mammana, & Villani. (1998). *Perspectives on the teatching of geometry for the 21st century*. Klumer Academic Publishers.
- Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Matos, C., Ralha, M.E. & Estrada, M.F., (2002). *Matemática em Portugal: Marcos da história do ensino e do ensino da história*. Braga. CMAT- Universidade do Minho.

- Merriam, S. (1998). *Qualitative Research and Case Studies Applications in Education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Ministério da Educação. (28 de Novembro de 1918). D.G. *Decreto nº 5:002*. Lisboa, Lisboa, Lisboa: INCM.
- Ministério da Educação. (22 de Outubro de 1948). D.G. *Decreto nº 37:112*. Lisboa.
- Ministério da Educação. (1983). *Programa da disciplina de Matemática*. Lisboa: ME.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: IIE e APM (publicado originalmente em inglês em 1989).
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM (publicado originalmente em inglês em 1991).
- NCTM (2000). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM (publicado originalmente em inglês em 2000).
- Neto, T. & Fonseca, L. (2013). *Ensino e aprendizagem de geometria e medida*. Atas do XXIV SIEM.
- Neves, E.F.(2007). *Episódios da História da Matemática Para o Ensino: Apresentações e Atividades*. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e Departamento de Matemática.
- Oliveira, A. J. (1995). *Geometria Euclidiana*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte. (1994). *O estudo de caso na investigação em educação matemática*. Lisboa: Quadrante, 3(1), pp. 3-18.
- Ponte. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. Rio Claro.São Paulo: Bolema, 25, pp. 105-132.
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M. & Abrantes, P. (1997). *Didática da Matemática:Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação e Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J. P. (2005). *Números e Álgebra no currículo escolar*. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e Centro de Investigação em Educação.
- Ponte, J. P. (1988). *Matemática, insucesso e mudança: problema possível, impossível ou indeterminado?* *Aprender*, 6, 10-19.
- Ponte, J. P. (1997). *As Novas Tecnologias e a Educação*. Lisboa: Texto Editora.

- Ponte, J. P. (2014). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação de Lisboa, Projeto 3M.
- Ponte, J. P. (2002). *O Ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?*. Lisboa. [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte\(CNE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(CNE).pdf)
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didática da Matemática*. Lisboa
- Rodrigues, M. & Bernardo, M.(2011). *Ensino e Aprendizagem Geometria*. Atas do XXII SIEM. Sociedade Portuguesa de Matemática. *Frases de Matemáticos* . Lisboa.
<http://www.clube.spm.pt/>. (acedido em 5/1/2016)
- Silva, J. C. (Julho de 2003). *Novos Programas de Matemática no Ensino Secundário - 2003/2004*. Lisboa. *Gazeta de Matemática*, 145, pp. 10-17.
- Silva, J. C. (1994). *O pensamento pedagógico de José Sebastião da Silva- uma primeira abordagem*. Universidade de Coimbra, Departamento de Matemática.
- TESCH, R. (1990). *Qualitative Research, Analysis Types and Software Tools*. Londres. Routledge Falmer.
- Universidade de Coimbra. *A natureza da Matemática*. s/autor. Coimbra.
[http://www.mat.uc.pt/~mat0840/Textos/ponte-etc\(2NaturezaMat\)%2097.htm](http://www.mat.uc.pt/~mat0840/Textos/ponte-etc(2NaturezaMat)%2097.htm). (acedido em 15/01/2016)
- Vale, Isabel (2004). *Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática- O estudo de Caso*. Revista da Escola Superior de Educação, nº5 (pp. 171-202). Viana do Castelo.
- Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Yin, R. (1994). *Case study research : Design and Methods*. Brasil: Bookman (2001).

Sítios da Internet:

<http://www.m-almada.pt/>

<http://ageantoniogedeao.pt/>

<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/>

www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/url/page/.../Joao_Pedro_da_Ponte

<http://www.apm.pt/>

<http://www.alea.pt/>

<http://www.nctm.org/>

<http://www.amatoso.org/>

Anexos

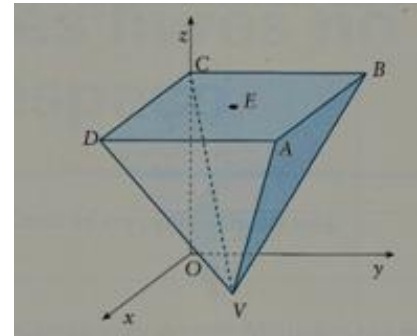


Fevereiro de 2015

10º Ano / Turma X

1. Na figura está representada, em referencial o.m. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano xOy .
- O ponto A tem coordenadas $(4,4,3)$.
- O ponto B pertence ao plano yOz .
- O ponto C pertence ao eixo Oz .
- O ponto D pertence ao plano xOz .
- O ponto E é o centro da base da pirâmide.
- O ponto V da pirâmide pertence ao plano xOy .



- 1.1 Escreve as coordenadas dos vértices V, B, C, e D da pirâmide.
- 1.2 Escreve as coordenadas do ponto E.
- 1.3 Determina o volume da pirâmide.
- 1.4 Determina a área de secção produzida na pirâmide pelo plano de equação $z = 1,5$.
- 1.5 Escreve a condição que define a circunferência inscrita na base da pirâmide.

2. Considera num referencial o.m. xOy , os pontos P, Q e R de coordenadas:

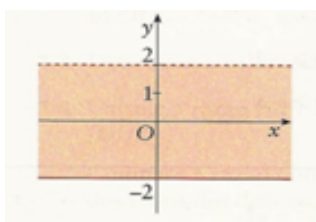
$P(-1, 2)$, $R(0, 3\sqrt{2})$ e $Q(\frac{1}{2}, -3)$.

Seja M o ponto médio de [PQ]. Determina :

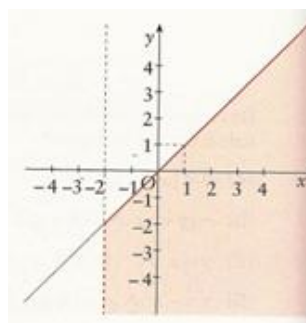
- 2.1 As coordenadas do ponto M.
- 2.2 As coordenadas do ponto R', simétrico do ponto R, relativamente ao eixo Ox .
- 2.3 A equação reduzida da reta PR

3. Escreve uma condição que defina cada um dos conjuntos assinalados a sombreado nas seguintes figuras:

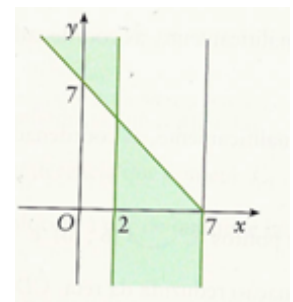
3.1



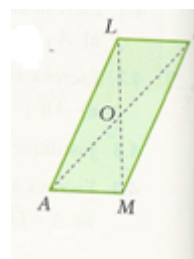
3.2



3.3



4. A figura [LIMA] é um paralelogramo e [AI] e [LM] são as duas diagonais.



4.1 Justifica que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OI}$.

4.2 Qual é a soma do ponto A com o vetor \overrightarrow{MI} ?

4.3 Completa :

c) $M + \overrightarrow{OL} = \dots\dots\dots$;

d) $A + \overrightarrow{LI} = \dots\dots\dots$;

e) $(M + \overrightarrow{IL}) + \overrightarrow{MI} = \dots\dots\dots$;

f) $\dots\dots + \overrightarrow{AL} = I$

Bom Trabalho!!!



1. Num referencial Oxyz está representado o cubo [ABCDEFGH] e a pirâmide regular [BCEHV].

- O plano $y = 0$ é o plano mediador de [GF].
- A origem do referencial é o ponto médio de [HE].
- A cota do vértice da pirâmide é 9.
- D tem coordenadas (6,3,6) e F coordenadas (0,3,6).

- 1.1 Indica, utilizando letras da figura:

- 1.1.1 duas retas não coplanares que não sejam perpendiculares;
- 1.1.2 dois planos paralelos;
- 1.1.3 a intersecção dos planos EHF e CBG.

- 1.2 Indica as coordenadas dos outros vértices do cubo e do vértice da pirâmide.

- 1.3 Escreve uma condição que defina:

- 1.3.1 o plano EFD
- 1.3.2 a reta AB
- 1.3.3 A esfera de centro em V e tangente ao plano ADF.

- 1.4 Indica as coordenadas:

- 1.4.1 do simétrico do ponto A em relação ao plano xOy;
- 1.4.2 do simétrico do ponto C em relação ao eixo Oz.
- 1.4.3 do simétrico do ponto F em relação à origem do referencial;
- 1.4.4 do simétrico do ponto V em relação ao plano ADF.

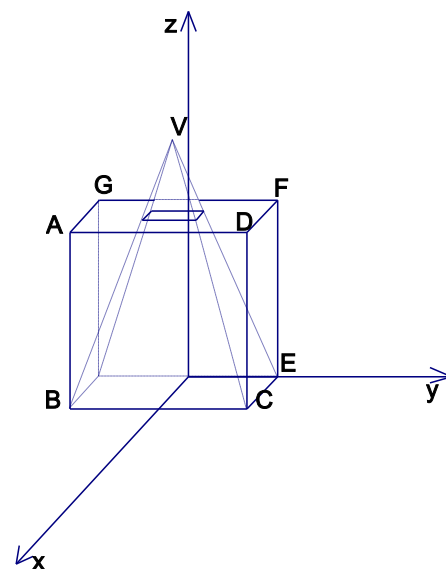
- 1.5 Represente e determina a área:

- 1.5.1 A secção do cubo pelo plano AFE;
- 1.5.2 da secção da pirâmide pelo plano paralelo a xOy e que contém o ponto médio de [CD];
- 1.5.3 da secção da pirâmide pelo plano xOz.

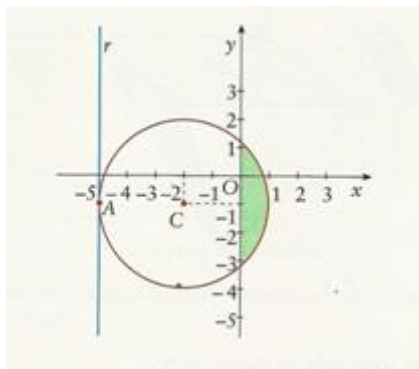
2. Dada uma equação de uma circunferência, $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$.

- 2.1 Determine o centro e o raio da circunferência.

- 2.2 Qual a posição relativa dos pontos A(2,4), B(-1,3) e C(5,-1) relativamente à circunferência dada?



- 2.3 Determine as coordenadas dos pontos de intersecção da circunferência com os eixos coordenados.
3. Dada a equação de uma elipse, $4x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$, centrada na origem do referencial.
- 3.1 Determine as coordenadas dos vértices da elipse.
- 3.2 Diga, justificando, se o ponto $A(-1, 3\sqrt{3})$ pertence à elipse.
4. Na figura estão representadas, em referencial o.m. Oxy, uma circunferência de centro $C(-2, -1)$ e uma reta r tangente à circunferência no ponto $A(-5, -1)$.



- 4.1 Escreve uma equação da circunferência representada na figura.
- 4.2 Escreve uma equação da reta r .
- 4.3 Determina as coordenadas dos pontos da circunferência que têm abscissa -3.
- 4.4 Representa através de uma condição a região sombreada da figura.
- 4.5 Determina uma equação da reta tangente à circunferência que é paralela à reta r mas diferente da reta r .

Bom Trabalho!!!